



simulationconcours.be



Mathématiques

Carnet d'entraînement



Mode et moyenne

Statistiques descriptives · Mécanique 2 — des exercices calibrés concours, du plus simple au plus retors.

42 exercices

3 niveaux

corrigés détaillés

Comment bosser ce carnet

- ✓ Lis d'abord le tutoriel : la mécanique y est expliquée pas à pas
- ✓ Fais chaque niveau en entier **avant** d'ouvrir les corrigés
- ✓ Note à côté de chaque exo : réussi, hésité ou raté — et rejoue les ratés 48 h plus tard



simulationconcours.be

scanne & continue en ligne

Sommaire

- 1 Le tutoriel — la mécanique expliquée
- 2 Les exercices Facile x15 · Moyen x15 · Difficile x12
- 3 Les corrigés détaillés exercice par exercice

Le tutoriel

Ce document est un **carnet d'exercices** : on t'explique d'abord la mécanique, puis tu la travailles sur 42 exercices classés en trois niveaux. Les corrigés détaillés t'attendent en deuxième partie, après la page « Corrigés » — pas avant de l'avoir mérité.

MÉMO

Thème 2 — Mode et moyenne Valeur la plus fréquente et moyenne pondérée

But du thème. Deux indicateurs de *position* (le « centre » d'une série) : le **mode**, qui se lit sans calcul, et la **moyenne**, qui se calcule toujours de la même façon — une *moyenne pondérée*. Ce thème automatise ces deux gestes et la propriété de **linéarité** de la moyenne (très rentable au concours).

Le mode : la valeur la plus fréquente

DÉFINITION 1.1 *mode* M

Le **mode** est la modalité (ou la classe) dont l'**effectif n_i est le plus grand**. On le lit directement dans la colonne des effectifs : aucun calcul. Attention, le mode est une *valeur* (ou une classe), pas un effectif.

EXEMPLE *lecture du mode*

Notes : 2 (15 élèves), 5 (10 élèves), 8 (5 élèves). Le plus grand effectif est 15, donc $M = 2$ (et surtout pas $M = 15$). Sur des classes, si $[85, 95[$ a l'effectif maximal, alors $M = [85, 95[$ (ou $M = 90$, son centre).

La moyenne arithmétique pondérée

Σ FORMULE 1.1 *moyenne d'une série regroupée*

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i x_i = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_k x_k}{N}$$

x_i : centre de classe (ou valeur si discret) ; n_i : effectif (le « poids ») ; $N = \sum n_i$. **Unité** : celle du caractère. On multiplie *toujours* chaque valeur par son effectif : c'est une moyenne **pondérée**, pas une moyenne « simple » des x_i .

≡ MÉTHODE *calculer une moyenne en 3 gestes*

- 1 Dresser la colonne des produits $n_i x_i$ (valeur $\times$ effectif).
- 2 Additionner cette colonne : on obtient $\sum n_i x_i$.
- 3 Diviser par N .

🔗 EXEMPLE *moyenne pondérée*

Notes 2 (15), 5 (10), 8 (5), $N = 30$:

$$m = \frac{15 \times 2 + 10 \times 5 + 5 \times 8}{30} = \frac{30 + 50 + 40}{30} = \frac{120}{30} = 4.$$

La note 2, très fréquente, « tire » la moyenne vers le bas : c'est tout l'effet des poids.

La moyenne est linéaire : le réflexe qui fait gagner du temps

🕒 PROPRIÉTÉ 1.1 *effet d'un changement d'échelle*

Si l'on transforme chaque valeur par $x_i \mapsto \alpha x_i + \beta$, alors la moyenne devient

$$m' = \alpha m + \beta.$$

Cas particuliers : ajouter β à toutes les valeurs ajoute β à la moyenne ; multiplier toutes les valeurs par α multiplie la moyenne par α .

🔗 EXEMPLE *atteindre une moyenne cible*

Série de moyenne $m = 4/10$. On veut une moyenne de 5. En ajoutant 1 point à chaque note ($\alpha = 1, \beta = 1$) : $m' = 1 \times 4 + 1 = 5$. En *doublant* chaque note ($\alpha = 2, \beta = 0$) on obtiendrait $m' = 2 \times 4 = 8$.

❶ **REMARQUE** repérer le mode et la moyenne « à la main »

La moyenne peut tomber *entre* deux valeurs (ex. 4,0 n'est la note de personne) : c'est normal, c'est un résumé, pas une valeur observée. Le mode, lui, est *toujours* une valeur réellement présente (celle du plus grand bâton / de la plus haute barre).

⚠ **ATTENTION** ne pas oublier de pondérer

L'erreur n°1 : faire $\frac{2+5+8}{3} = 5$ au lieu de la moyenne pondérée 4. Tant qu'il y a des effectifs (ou des classes), **on pondère**. La moyenne « simple » ne vaut que si tous les effectifs sont égaux à 1.

Les exercices

FACILE 15 exercices

Exo 1 Exercice 1 – Mode (série discrète)

Pointures vendues dans un magasin en une journée :

Pointure	38	39	40	41
n_i	5	12	9	3

Quel est le mode ? (Attention : donner la *pointure*, pas l'effectif.)

Exo 2 Exercice 2 – Mode (série en classes)

Classes	$[0, 4[$	$[4, 8[$	$[8, 12[$	$[12, 16[$	$[16, 20[$
n_i	4	8	10	12	6

Donner la classe modale.

Exo 3 Exercice 3 – Moyenne pondérée

Une série discrète : la valeur 10 apparaît 2 fois, la valeur 12 apparaît 3 fois, la valeur 15 apparaît 5 fois. Calculer la moyenne m .

Exo 4 Exercice 4 – Ajouter une constante

La moyenne des masses d'un groupe d'objets est $m = 12$ g. On ajoute 3 g à chaque objet. Que vaut la nouvelle moyenne ?

Exo 5 Exercice 5 – Multiplier par un facteur

La moyenne d'une série est $m = 12$. On multiplie *chaque* valeur par 0,5. Que vaut la nouvelle moyenne ?

Exo 6 Exercice 6 – Mode d'une liste brute

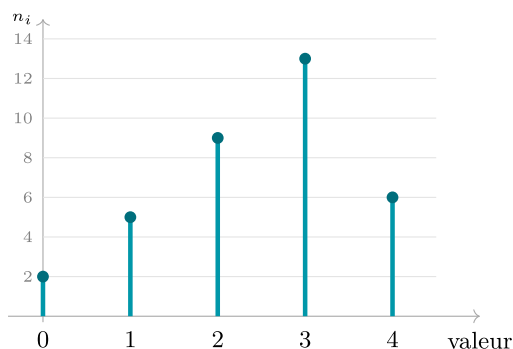
On relève le nombre de frères et sœurs de 15 élèves :

1, 2, 0, 2, 3, 2, 1, 4, 2, 0, 1, 2, 3, 2, 1.

Quel est le mode de cette série ?

Exo 7 Exercice 7 – Mode sur un diagramme en bâtons

Le diagramme ci-dessous donne le nombre de livres lus dans l'année par les élèves d'une classe.



Lire le mode de la série.

Exo 8 Exercice 8 – Série bimodale

x_i	5	6	7	8	9
n_i	4	9	6	9	3

Déterminer le(s) mode(s) de cette série. Que remarque-t-on ?

Exo 9 Exercice 9 – Moyenne pondérée

x_i	8	10	12	14
n_i	2	5	8	5

Calculer la moyenne m de la série.

Exo 10 Exercice 10 – Moyenne avec coefficients

Un étudiant obtient 12 (coefficient 1), 9 (coefficient 3) et 15 (coefficient 2). Calculer sa moyenne pondérée par les coefficients.

Exo 11 Exercice 11 – Moyenne à partir des fréquences

Une série prend la valeur 4 avec la fréquence 25 %, la valeur 6 avec la fréquence 50 % et la valeur 10 avec la fréquence 25 %. Calculer la moyenne à l'aide des fréquences ($m = \sum f_i x_i$).

Exo 12 Exercice 12 – Augmentation en pourcentage

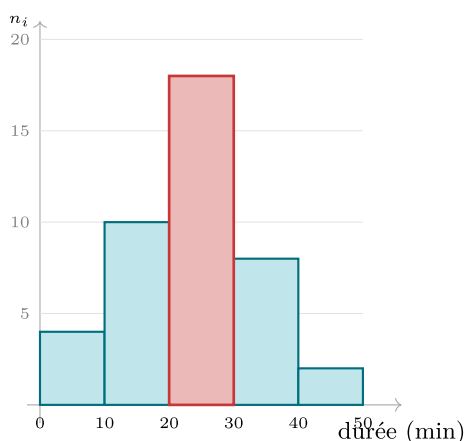
La note moyenne d'une classe est $m = 13$. Le professeur *major*e chaque note de 10 % (il multiplie donc chaque note par 1,1). Que vaut la nouvelle moyenne ?

Exo 13 Exercice 13 – Retrancher une constante

Un capteur mal réglé a surestimé chaque température de 4°C . La moyenne des relevés affichés est $m = 18^{\circ}\text{C}$. Après correction (on retranche 4°C à chaque relevé), que vaut la moyenne corrigée ?

Exo 14 Exercice 14 – Classe modale sur un histogramme

L'histogramme ci-dessous décrit la durée (en minutes) de 24 trajets domicile-travail.



Déterminer la classe modale.

Exo 15 Exercice 15 – Une moyenne « entre deux valeurs »

On compte le nombre de buts marqués lors de 20 matchs :

Buts x_i	0	1	2	3
n_i	4	7	6	3

- 1 Calculer le nombre moyen de buts par match.
- 2 Ce nombre moyen est-il le nombre de buts d'un match réellement observé ? Commenter.

MOYEN 15 exercices

Exo 1 Exercice 1 – Moyenne d'une série en classes

Masse (g) de $N = 40$ souris :

Classes (g)	$[20, 24[$	$[24, 28[$	$[28, 32[$	$[32, 36[$	$[36, 40[$
n_i	4	10	14	8	4

Calculer la masse moyenne (utiliser les centres de classe).

Exo 2 Exercice 2 – Moyenne d'une série discrète

Nombre d'enfants par famille dans 25 familles :

x_i	0	1	2	3	4
n_i	4	9	8	3	1

Calculer le nombre moyen d'enfants par famille.

Exo 3 Exercice 3 – Changement d'unité (linéarité)

Une série de températures a pour moyenne $m = 20(^{\circ}\text{C})$. On les convertit en degrés Fahrenheit par la formule $F = 1,8 C + 32$. Que vaut la moyenne en $^{\circ}\text{F}$?

Exo 4 Exercice 4 – Retrouver la transformation

La masse moyenne d'un lot est $m = 50 \text{ kg}$. On souhaite obtenir une moyenne de 55 kg .

- 1 Quelle constante faut-il ajouter à chaque masse ?
- 2 Par quel facteur α faudrait-il plutôt *multiplier* chaque masse (sans rien ajouter) ?

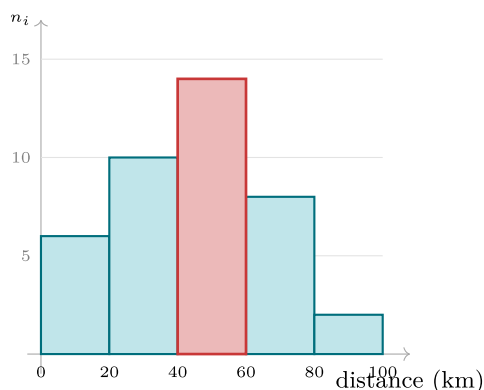
Exo 5 Exercice 5 – Mode et moyenne ensemble

Classes	$[10, 20[$	$[20, 30[$	$[30, 40[$	$[40, 50[$
n_i	6	15	12	7

Déterminer la classe modale et la moyenne. Le mode et la moyenne coïncident-ils ?

Exo 6 Exercice 6 – Moyenne lue sur un histogramme

L'histogramme ci-dessous donne la distance (en km) parcourue par $N = 40$ cyclistes, en classes d'amplitude 20.



- 1 Vérifier l'effectif total N .
- 2 Calculer la distance moyenne (utiliser les centres de classe).

Exo 7 Exercice 7 – Note manquante (moyenne donnée)

Un élève a cinq notes : 8, 12, 14, 9 et une note x effacée. La moyenne de ses cinq notes est 11. Retrouver x .

Exo 8 Exercice 8 – Effectif manquant (moyenne donnée)

Dans le tableau suivant, un effectif a est inconnu :

x_i	10	12	15
n_i	4	a	6

La moyenne de la série vaut $m = 12,5$. Déterminer a .

Exo 9 Exercice 9 – Fréquence manquante puis moyenne

x_i	0	1	2	3
f_i	0,15	0,40	?	0,10

- 1 Déterminer la fréquence manquante.
- 2 Calculer la moyenne à l'aide des fréquences.

Exo 10 Exercice 10 – Ajouter une valeur

La moyenne de 9 notes est 11. On ajoute une dixième note v . La moyenne des 10 notes devient alors 11,5. Déterminer v .

Exo 11 Exercice 11 – Retrouver un pourcentage

La moyenne des salaires d'une petite entreprise est $m = 2000$ €. Après une augmentation générale de p % (chaque salaire est multiplié par $1 + \frac{p}{100}$), la moyenne passe à 2100 €. Déterminer p .

Exo 12 Exercice 12 – Condition sur le mode

x_i	1	2	3	4
n_i	7	a	5	4

Pour quelles valeurs de l'entier a la valeur 2 est-elle l'*unique* mode de la série ?

Exo 13 Exercice 13 – Note cible avec coefficients

Un étudiant a obtenu 11 (coefficient 2), 9 (coefficient 1) et 13 (coefficient 1). Quelle note x doit-il décrocher au dernier devoir (coefficient 2) pour que sa moyenne pondérée soit exactement 12 ?

Exo 14 Exercice 14 – Moyenne générale d'un bulletin

Matière	Maths	Français	Histoire	Sport
Note	14	11	12	16
Coefficient	4	3	2	1

Calculer la moyenne générale de l'élève (pondérée par les coefficients).

Exo 15 Exercice 15 – Sensibilité à une valeur aberrante

On saisit six mesures d'une même grandeur : 20, 21, 19, 22, 20, 138 (la dernière est une faute de frappe).

- 1 Calculer la moyenne des six mesures saisies.
- 2 Après correction, la sixième mesure vaut en réalité 18. Recalculer la moyenne et commenter la sensibilité de la moyenne aux valeurs extrêmes.

DIFFICILE 12 exercices

Exo 1 Exercice 1 – Barème et rééchelonnage (mise en situation)

Un enseignant corrige un test noté **sur 40**. La moyenne des copies est $m_{40} = 27/40$. Trouvant l'échelle peu commode, il décide de tout ramener sur 20.

- 1 Il divise chaque note par 2 pour passer sur 20. Que vaut la nouvelle moyenne ?

- 2 Jugeant la classe méritante, il ajoute ensuite 2 points à chaque note (sur 20). Que vaut la moyenne finale ?
- 3 Écrire la transformation complète qui mène de la note x (sur 40) à la note finale, sous la forme $\alpha x + \beta$. Vérifier la moyenne finale avec cette formule.
- 4 Quelle note sur 40 correspond, après *toute* la transformation, à exactement 10/20 ?

Exo 2 Exercice 2 – Moyenne de groupes réunis

Dans un TP, le groupe A compte 20 étudiants de moyenne 12/20 ; le groupe B compte 30 étudiants de moyenne 14/20.

- 1 Calculer le total des points de chaque groupe.
- 2 En déduire la moyenne de l'ensemble des 50 étudiants.
- 3 Cette moyenne d'ensemble est-elle égale à $\frac{12+14}{2} = 13$? Expliquer.
- 4 On ajoute un groupe C de n étudiants, de moyenne 10/20. La moyenne des *trois* groupes réunis vaut alors 12/20. Déterminer n .

Exo 3 Exercice 3 – Deux effectifs inconnus

Dans le tableau suivant, deux effectifs a et b sont inconnus :

x_i	6	8	10	12
n_i	5	a	b	4

On sait que l'effectif total est $N = 25$ et que la moyenne vaut $m = 9,2$.

- 1 Écrire l'équation traduisant $N = 25$.
- 2 Écrire l'équation traduisant $m = 9,2$.
- 3 Résoudre le système et donner a et b .
- 4 En déduire le mode de la série.

Exo 4 Exercice 4 – Mélange et concentration moyenne

Un préparateur mélange deux solutions d'un même principe actif : 3 L à 20 g/L (solution A) et 2 L à 45 g/L (solution B).

- 1 Calculer la masse totale de principe actif dans le mélange.
- 2 En déduire la concentration moyenne (en g/L) du mélange.

- 3 Il veut ramener la concentration à exactement 25 g/L en ajoutant de l'eau pure (0 g/L). Quel volume d'eau doit-il ajouter ?

Exo 5 Exercice 5 – Barème affine défini par deux points

Un correcteur remplace chaque note brute x par une note $\alpha x + \beta$. Il constate que la note brute 4 devient 10 et que la note brute 16 devient 19.

- 1 Déterminer α et β .
- 2 La moyenne brute de la classe est $m = 10$. Quelle est la moyenne après transformation ?
- 3 À quelle note brute correspond la note transformée 13 ?
- 4 Sur des notes comprises entre 0 et 20, cette transformation peut-elle faire *baisser* une note ? Justifier.

Exo 6 Exercice 6 – Fusion de deux classes

La classe A (24 étudiants) a une moyenne de 11/20. On la fusionne avec la classe B (16 étudiants) ; la moyenne des 40 étudiants réunis est alors 12/20.

- 1 Calculer le total des points de la classe A.
- 2 Calculer le total des points de l'ensemble des 40 étudiants.
- 3 En déduire la moyenne de la classe B.
- 4 La moyenne d'ensemble est-elle la demi-somme des deux moyennes de classe ? Expliquer.

Exo 7 Exercice 7 – Deux notes inconnues

Un élève a six notes sur 20 : 10, 12, 8, 14, x , y . Sa moyenne est 12 et l'on sait que $y = x + 4$.

- 1 Traduire « moyenne = 12 » par une équation reliant x et y .
- 2 À l'aide de $y = x + 4$, déterminer x et y .
- 3 Quel est alors le mode de la série ?
- 4 On ajoute 2 points à chaque note. Donner la nouvelle moyenne et le nouveau mode.

Exo 8 Exercice 8 – Bonus réservé à un sous-groupe

À un examen, une promotion de 50 étudiants se compose de 30 étudiants « avec TP » de moyenne 9,5/20 et de 20 étudiants « sans TP » de moyenne 11,75/20.

- 1 Vérifier que la moyenne des 50 étudiants est $10,4/20$.
- 2 On accorde 2 points de bonus aux seuls 30 étudiants « avec TP ». Quelle est leur nouvelle moyenne ?
- 3 En déduire la nouvelle moyenne d'ensemble des 50 étudiants.
- 4 De combien la moyenne d'ensemble a-t-elle augmenté ? Pourquoi n'est-ce pas 2 points ?

Exo 9 Exercice 9 – Transfert d'un étudiant

Deux groupes de TP comptent chacun 5 étudiants. Le groupe A totalise 60 points (moyenne 12) et le groupe B totalise 70 points (moyenne 14). On déplace un étudiant *noté* 13 du groupe B vers le groupe A.

- 1 Calculer la nouvelle moyenne du groupe A (6 étudiants).
- 2 Calculer la nouvelle moyenne du groupe B (4 étudiants).
- 3 Les deux moyennes ont augmenté. Est-ce contradictoire ? Expliquer.

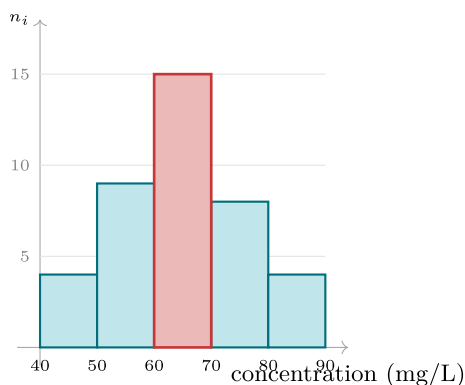
Exo 10 Exercice 10 – Note minimale pour valider

Pour valider une UE, la moyenne (sur 20) doit être au moins 10. Un étudiant a déjà obtenu 8 (coefficient 2) et 11 (coefficient 3) ; il reste l'examen final (coefficient 5), noté x .

- 1 Exprimer la moyenne de l'UE en fonction de x .
- 2 Quelle note minimale x lui permet de valider ?
- 3 Peut-il atteindre une moyenne de 15 ? Justifier.

Exo 11 Exercice 11 – Histogramme, moyenne et erreur systématique

L'histogramme ci-dessous donne la concentration (en mg/L) mesurée sur 40 échantillons, en classes d'amplitude 10.



- 1 Donner l'effectif total et la classe modale.

- 2 Calculer la concentration moyenne (centres de classe).
- 3 On découvre que le capteur sous-estimait chaque mesure de 5 mg/L : il faut ajouter 5 à chaque valeur. Que deviennent la classe modale et la moyenne ?

Exo 12 Exercice 12 – Synthèse : mode, moyenne et changement d'échelle

Une série discrète prend les valeurs 2, 4, 6, 8 avec les effectifs 6, a , b , 4. On sait que $N = 30$ et $m = 5$.

- 1 Traduire $N = 30$ et $m = 5$ par un système de deux équations en a et b .
- 2 Résoudre : donner a et b .
- 3 Vérifier que le mode de la série est bien la valeur 6.
- 4 On applique $x \mapsto 2x - 1$ à toutes les valeurs. Donner la nouvelle moyenne et le nouveau mode.



DEUXIÈME PARTIE

Corrigés

Chaque exercice repris pas à pas, niveau par niveau.
Compare ta démarche, pas seulement ton résultat.





Une seconde – avant d'ouvrir le corrigé...



Si ce carnet t'aide, rends-nous la pareille : parle de simulationconcours.be à quelqu'un qui prépare le concours. C'est comme ça qu'on peut continuer.

Ce qu'on a préparé pour toi

- ✓ Ce carnet en interactif, avec correction en un clic
- ✓ Les cours complets, chapitre par chapitre – gratuits
- ✓ 3100 QCM type concours, corrigés et expliqués
- ✓ Des fiches de révision à imprimer

Tous les jeudis : simulation du concours en ligne

En conditions réelles – chrono, QCM type concours et score immédiat.



Rejoins-nous sur simulationconcours.be

scanne le QR ou tape l'adresse – puis reviens vérifier tes réponses

Les corrigés

FACILE 15 exercices

Exo 1 Exercice 1 – Mode (série discrète)

Le plus grand effectif est 12, obtenu par la pointure 39. Donc $M = 39$ (et non $M = 12$, qui est l'effectif).

Exo 2 Exercice 2 – Mode (série en classes)

Le plus grand effectif est 12, sur la classe $[12, 16[$. Classe modale : $M = [12, 16[$ (centre 14).

Exo 3 Exercice 3 – Moyenne pondérée

$N = 2 + 3 + 5 = 10$.

$$m = \frac{2 \times 10 + 3 \times 12 + 5 \times 15}{10} = \frac{20 + 36 + 75}{10} = \frac{131}{10} = 13,1.$$

Exo 4 Exercice 4 – Ajouter une constante

Transformation $x \mapsto x + 3$ ($\alpha = 1, \beta = 3$) : $m' = m + 3 = 12 + 3 = 15$ g.

Exo 5 Exercice 5 – Multiplier par un facteur

Transformation $x \mapsto 0,5x$ ($\alpha = 0,5, \beta = 0$) : $m' = 0,5 \times m = 0,5 \times 12 = 6$.

Exo 6 Exercice 6 – Mode d'une liste brute

On compte les effectifs : $0 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 4, 2 \rightarrow 6, 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 1$. Le plus grand effectif est 6, obtenu par la valeur 2. Donc $M = 2$ (une valeur, pas l'effectif 6).

Exo 7 Exercice 7 – Mode sur un diagramme en bâtons

Le bâton le plus haut correspond à la valeur 3 (effectif 13). Donc $M = 3$: on lit une *valeur*, pas la hauteur 13.

Exo 8 Exercice 8 – Série bimodale

L'effectif maximal est 9 ; il est atteint *deux fois*, par 6 et par 8. La série est **bimodale** : $M = 6$ et $M = 8$. Le mode n'est donc pas toujours unique.

Exo 9 Exercice 9 – Moyenne pondérée

$N = 2 + 5 + 8 + 5 = 20$.

$$m = \frac{2(8) + 5(10) + 8(12) + 5(14)}{20} = \frac{16 + 50 + 96 + 70}{20} = \frac{232}{20} = 11,6.$$

Exo 10 Exercice 10 – Moyenne avec coefficients

Les coefficients jouent le rôle des effectifs :

$$m = \frac{12(1) + 9(3) + 15(2)}{1 + 3 + 2} = \frac{12 + 27 + 30}{6} = \frac{69}{6} = 11,5.$$

Exo 11 Exercice 11 – Moyenne à partir des fréquences

Les fréquences ($0,25 + 0,50 + 0,25 = 1$) tiennent lieu de poids :

$$m = 0,25(4) + 0,50(6) + 0,25(10) = 1 + 3 + 2,5 = 6,5.$$

Exo 12 Exercice 12 – Augmentation en pourcentage

Majorer de 10 %, c'est appliquer $x \mapsto 1,1x$ ($\alpha = 1,1, \beta = 0$) : $m' = 1,1 \times 13 = 14,3$.

Exo 13 Exercice 13 – Retrancher une constante

Transformation $x \mapsto x - 4$ ($\alpha = 1, \beta = -4$) : $m' = 18 - 4 = 14^\circ\text{C}$.

Exo 14 Exercice 14 – Classe modale sur un histogramme

La barre la plus haute est celle de la classe $[20, 30[$ (effectif 18). Classe modale : $M = [20, 30[$ (centre 25).

Exo 15 Exercice 15 – Une moyenne « entre deux valeurs »

(a) $N = 4 + 7 + 6 + 3 = 20$ et $\sum n_i x_i = 4(0) + 7(1) + 6(2) + 3(3) = 0 + 7 + 12 + 9 = 28$, d'où $m = \frac{28}{20} = 1,4$ but par match. (b) Aucun match n'a marqué 1,4 but : la moyenne est un *résumé* de la série, pas nécessairement une valeur réellement observée.

MOYEN 15 exercices

Exo 1 Exercice 1 – Moyenne d'une série en classes

Centres : 22, 26, 30, 34, 38. Somme des produits :

$$\sum n_i x_i = 4(22) + 10(26) + 14(30) + 8(34) + 4(38) = 88 + 260 + 420 + 272 + 152 = 1192.$$

$$m = \frac{1192}{40} = 29,8 \text{ g.}$$

Exo 2 Exercice 2 – Moyenne d'une série discrète

$$\sum n_i x_i = 4(0) + 9(1) + 8(2) + 3(3) + 1(4) = 0 + 9 + 16 + 9 + 4 = 38, \quad N = 25.$$

$$m = \frac{38}{25} = \mathbf{1,52} \text{ enfant/famille.}$$

Exo 3 Exercice 3 – Changement d'unité (linéarité)

$$F = 1,8 C + 32, \text{ donc } \alpha = 1,8 \text{ et } \beta = 32:$$

$$m_F = 1,8 \times m_C + 32 = 1,8 \times 20 + 32 = 36 + 32 = \mathbf{68}^\circ\text{F}.$$

Exo 4 Exercice 4 – Retrouver la transformation

(a) Ajouter β donne $m' = m + \beta$. On veut $50 + \beta = 55$, donc $\beta = \mathbf{5}$ kg. **(b)** Multiplier par α donne $m' = \alpha m$. On veut $50\alpha = 55$, donc $\alpha = \frac{55}{50} = \mathbf{1,1}$.

Exo 5 Exercice 5 – Mode et moyenne ensemble

Classe modale : plus grand effectif 15, soit $M = [\mathbf{20}, \mathbf{30}[$.

Centres 15, 25, 35, 45, $N = 6 + 15 + 12 + 7 = 40$:

$$\sum n_i x_i = 6(15) + 15(25) + 12(35) + 7(45) = 90 + 375 + 420 + 315 = 1200, \quad m = \frac{1200}{40} = \mathbf{30}.$$

La moyenne (30) tombe à la *frontière* de la classe modale $[20, 30[$: mode et moyenne **ne coïncident pas** en général. Le mode repère le « pic » d'effectif, la moyenne le centre de gravité.

Exo 6 Exercice 6 – Moyenne lue sur un histogramme

(a) $N = 6 + 10 + 14 + 8 + 2 = \mathbf{40}$. **(b)** Centres 10, 30, 50, 70, 90 :

$$\sum n_i x_i = 6(10) + 10(30) + 14(50) + 8(70) + 2(90) = 60 + 300 + 700 + 560 + 180 = 1800,$$

$$m = \frac{1800}{40} = \mathbf{45} \text{ km.}$$

Exo 7 Exercice 7 – Note manquante (moyenne donnée)

$$\frac{8+12+14+9+x}{5} = 11 \Rightarrow 43 + x = 55 \Rightarrow x = 12.$$

Exo 8 Exercice 8 – Effectif manquant (moyenne donnée)

$$\sum n_i x_i = 4(10) + a(12) + 6(15) = 130 + 12a \text{ et } N = 10 + a :$$

$$\frac{130 + 12a}{10 + a} = 12,5 \Rightarrow 130 + 12a = 12,5(10 + a) = 125 + 12,5a.$$

Donc $5 = 0,5a$, soit $a = 10$. (Vérification : $N = 20$, $\sum n_i x_i = 250$, $m = 250/20 = 12,5$.)

Exo 9 Exercice 9 – Fréquence manquante puis moyenne

(a) La somme des fréquences vaut 1 : $f = 1 - (0,15 + 0,40 + 0,10) = 0,35$. (b) $m = 0(0,15) + 1(0,40) + 2(0,35) + 3(0,10) = 0 + 0,40 + 0,70 + 0,30 = 1,4$.

Exo 10 Exercice 10 – Ajouter une valeur

Somme des 9 notes : $9 \times 11 = 99$. Somme des 10 notes : $10 \times 11,5 = 115$. Donc $v = 115 - 99 = 16$.

Exo 11 Exercice 11 – Retrouver un pourcentage

$$m' = m\left(1 + \frac{p}{100}\right) : 2100 = 2000\left(1 + \frac{p}{100}\right) \Rightarrow 1 + \frac{p}{100} = 1,05, \text{ donc } \frac{p}{100} = 0,05 \text{ et } p = 5.$$

Exo 12 Exercice 12 – Condition sur le mode

2 est l'unique mode $\iff$ son effectif dépasse *strictement* tous les autres, c'est-à-dire $a > \max(7, 5, 4) = 7$. Comme a est un entier : $a \geq 8$. (Si $a = 7$, la série serait bimodale, avec les modes 1 et 2.)

Exo 13 Exercice 13 – Note cible avec coefficients

$$\frac{11(2)+9(1)+13(1)+x(2)}{2+1+1+2} = 12 \Rightarrow \frac{44+2x}{6} = 12 \Rightarrow 44 + 2x = 72, \text{ donc } x = 14.$$

Exo 14 Exercice 14 – Moyenne générale d'un bulletin

$$m = \frac{14(4) + 11(3) + 12(2) + 16(1)}{4 + 3 + 2 + 1} = \frac{56 + 33 + 24 + 16}{10} = \frac{129}{10} = 12,9.$$

Exo 15 Exercice 15 – Sensibilité à une valeur aberrante

(a) $\sum = 20 + 21 + 19 + 22 + 20 + 138 = 240$, d'où $m = \frac{240}{6} = 40$. (b) Avec 18 à la place : $\sum = 120$, $m' = \frac{120}{6} = 20$. La seule valeur aberrante 138 faisait *doubler* la moyenne (40 au lieu de 20) : la moyenne est très **sensible aux valeurs extrêmes**.

DIFFICILE

12 exercices

Exo 1 Exercice 1 – Barème et rééchelonnage (mise en situation)

(a) Transformation $x \mapsto x/2$ ($\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 0$): $m' = \frac{27}{2} = 13,5/20$. (b) On ajoute 2: $m'' = 13,5 + 2 = 15,5/20$. (c) Enchaîner « diviser par 2 » puis « ajouter 2 » donne

$$x \mapsto \frac{x}{2} + 2 = 0,5x + 2 \quad (\alpha = 0,5, \beta = 2).$$

Vérification: $0,5 \times 27 + 2 = 13,5 + 2 = 15,5$. (même résultat qu'en (b)). (d) On résout $0,5x + 2 = 10$: $0,5x = 8$, donc $x = 16/40$. (Une note de $16/40$ devient bien $8/20 + 2 = 10/20$.)

Exo 2 Exercice 2 – Moyenne de groupes réunis

(a) Total des points = effectif $\times$ moyenne :

$$S_A = 20 \times 12 = 240, \quad S_B = 30 \times 14 = 420.$$

(b) Moyenne d'ensemble = total des points $\div$ effectif total :

$$m = \frac{240 + 420}{20 + 30} = \frac{660}{50} = 13,2/20.$$

(c) **Non**, ce n'est pas 13. La moyenne d'ensemble est *pondérée* par les effectifs : le groupe B, plus nombreux (30 contre 20), tire la moyenne vers sa valeur 14. La demi-somme 13 ne serait juste que si les deux groupes avaient le même effectif. (d) On écrit la moyenne des trois groupes :

$$\frac{240 + 420 + 10n}{50 + n} = 12 \implies 660 + 10n = 12(50 + n) = 600 + 12n.$$

Donc $660 - 600 = 12n - 10n$, soit $60 = 2n$ et $n = 30$ étudiants.

Exo 3 Exercice 3 – Deux effectifs inconnus

(a) $5 + a + b + 4 = 25$, soit $a + b = 16$. (b) $\sum n_i x_i = 6(5) + 8a + 10b + 12(4) = 78 + 8a + 10b$ et $N = 25$: $\frac{78+8a+10b}{25} = 9,2 \implies 8a + 10b = 152 \implies 4a + 5b = 76$. (c) De $a = 16 - b$: $4(16 - b) + 5b = 76 \implies 64 + b = 76 \implies b = 12$, puis $a = 4$. (d) Effectifs 5, 4, 12, 4 : le maximum 12 est à la valeur 10, donc $M = 10$.

Exo 4 Exercice 4 – Mélange et concentration moyenne

(a) Masse = $3 \times 20 + 2 \times 45 = 60 + 90 = 150\text{g}$. (b) Volume total = $3 + 2 = 5\text{ L}$: $c = \frac{150}{5} = 30\text{g/L}$. (C'est la moyenne des concentrations *pondérée par les volumes*, et non $\frac{20+45}{2}$.) (c) En ajoutant V litres d'eau: $\frac{150}{5+V} = 25 \implies 5 + V = 6 \implies V = 1\text{L}$.

Exo 5 Exercice 5 – Barème affine défini par deux points

(a)

$$4+ = 10$$

$$16+ = 19$$

; *par différence* $12=9$, donc $=0,75$ et $=10-4(0,75)=7$. Transformation $x \mapsto 0,75x+7$. (b) $m' = 0,75 \cdot 10 + 7 = 14,5$. (c) $0,75x+7=13 \Rightarrow 0,75x=6 \Rightarrow x=8$. (d) $0,75x+7 < x < 0,25x+28$. Une note entre 0 et 20 ne dépasse jamais 28 : la transformation ne fait donc jamais baisser une note (elle les relève toutes).

Exo 6 Exercice 6 – Fusion de deux classes

(a) $S_A = 24 \times 11 = 264$. (b) $S = 40 \times 12 = 480$. (c) $S_B = 480 - 264 = 216$, donc $m_B = \frac{216}{16} = 13,5$. (d) **Non** : la demi-somme vaudrait $\frac{11+13,5}{2} = 12,25 \neq 12$. La moyenne d'ensemble est pondérée par les effectifs ; la classe A, plus nombreuse, tire la moyenne vers 11.

Exo 7 Exercice 7 – Deux notes inconnues

(a) $\frac{10+12+8+14+x+y}{6} = 12 \Rightarrow 44 + x + y = 72 \Rightarrow x + y = 28$. (b) Avec $y = x + 4$: $2x + 4 = 28 \Rightarrow x = 12$ et $y = 16$. (c) Les notes sont 10, 12, 8, 14, 12, 16 : seule 12 apparaît deux fois, donc $M = 12$. (d) $x \mapsto x + 2$: $m' = 12 + 2 = 14$ et le mode devient $12 + 2 = 14$.

Exo 8 Exercice 8 – Bonus réservé à un sous-groupe

(a) $\frac{30(9,5)+20(11,75)}{50} = \frac{285+235}{50} = \frac{520}{50} = 10,4$. (b) Les 30 voient chaque note augmenter de 2 : nouvelle moyenne $9,5 + 2 = 11,5$. (c) $\frac{30(11,5)+20(11,75)}{50} = \frac{345+235}{50} = \frac{580}{50} = 11,6$. (d) Hausse = $11,6 - 10,4 = 1,2$ point. Ce n'est pas 2 car seuls 30 étudiants sur 50 profitent du bonus : la hausse moyenne vaut $2 \times \frac{30}{50} = 1,2$.

Exo 9 Exercice 9 – Transfert d'un étudiant

(a) Groupe A : $\frac{60+13}{6} = \frac{73}{6} \approx 12,17$. (b) Groupe B : $\frac{70-13}{4} = \frac{57}{4} = 14,25$. (c) Ce n'est pas contradictoire : la note 13 est comprise entre les deux moyennes ($12 < 13 < 14$). Elle est au-dessus de la moyenne de A (qu'elle fait donc monter) et en dessous de celle de B (dont le départ fait aussi monter la moyenne).

Exo 10 Exercice 10 – Note minimale pour valider

(a) $m = \frac{8(2)+11(3)+x(5)}{2+3+5} = \frac{49+5x}{10}$. (b) $\frac{49+5x}{10} \geq 10 \Rightarrow 49 + 5x \geq 100 \Rightarrow x \geq 10,2$. (c) La meilleure note possible est $x = 20$: $m = \frac{49+100}{10} = 14,9 < 15$. Atteindre 15 de moyenne est donc impossible.

Exo 11 Exercice 11 – Histogramme, moyenne et erreur systématique

(a) $N = 4 + 9 + 15 + 8 + 4 = 40$; barre la plus haute : classe modale $[60, 70[$ (effectif 15). (b) Centres 45, 55, 65, 75, 85 :

$$\sum n_i x_i = 4(45) + 9(55) + 15(65) + 8(75) + 4(85) = 180 + 495 + 975 + 600 + 340 = 2590,$$

$$m = \frac{2590}{40} = \mathbf{64,75 \text{ mg/L.}}$$

(c) On ajoute 5 à chaque valeur ($\alpha = 1, \beta = 5$) : la moyenne devient $64,75 + 5 = \mathbf{69,75 \text{ mg/L}}$ et la classe modale se décale en $[\mathbf{65}, \mathbf{75}[$ (les effectifs ne changent pas).

Exo 12 Exercice 12 — Synthèse : mode, moyenne et changement d'échelle

(a) $N = 30 : 6 + a + b + 4 = 30 \Rightarrow a + b = 20$. $m = 5 : \frac{2(6) + 4a + 6b + 8(4)}{30} = 5 \Rightarrow 44 + 4a + 6b = 150 \Rightarrow 2a + 3b = 53$. **(b)** De $a = 20 - b : 2(20 - b) + 3b = 53 \Rightarrow 40 + b = 53 \Rightarrow b = 13$, puis $a = 7$. **(c)** Effectifs 6, 7, 13, 4 : le maximum 13 est à la valeur 6, donc $M = \mathbf{6}$ (cohérent). **(d)** $x \mapsto 2x - 1 : m' = 2(5) - 1 = \mathbf{9}$; le mode passe à $2(6) - 1 = \mathbf{11}$ (les effectifs sont inchangés).



Tous les exos cochés ? Passe au niveau réel.

+

Ce carnet est un extrait de notre bibliothèque d'entraînement — la suite se joue en ligne.

Sur simulationconcours.be

- ✓ Le même carnet en interactif, avec correction en un clic
- ✓ Les autres mécaniques de la fiche, niveau par niveau
- ✓ 3100 QCM type concours, corrigés et expliqués
- ✓ Les cours complets — gratuits — et les fiches de révision

Tous les jeudis : simulation du concours en ligne

En conditions réelles — chrono, QCM type concours et score immédiat.



Rejoins-nous sur simulationconcours.be

scanne le QR ou tape l'adresse — les cours complets sont gratuits