



simulationconcours.be



Mathématiques

Carnet d'entraînement

Conversions d'angles & cercle⁺ trigonométrie

Trigonométrie · Mécanique 1 — des exercices calibrés
concours, du plus simple au plus retors.

43 exercices

3 niveaux

corrigés détaillés

Comment bosser ce carnet

- ✓ Lis d'abord le tutoriel : la mécanique y est expliquée pas à pas
- ✓ Fais chaque niveau en entier **avant** d'ouvrir les corrigés
- ✓ Note à côté de chaque exo : réussi, hésité ou raté — et rejoue les ratés 48 h plus tard



simulationconcours.be

scanne & continue en ligne

Sommaire

- 1 Le tutoriel — la mécanique expliquée
- 2 Les exercices Facile x15 · Moyen x15 · Difficile x13
- 3 Les corrigés détaillés exercice par exercice

Le tutoriel

Ce document est un **carnet d'exercices** : on t'explique d'abord la mécanique, puis tu la travailles sur 43 exercices classés en trois niveaux. Les corrigés détaillés t'attendent en deuxième partie, après la page « Corrigés » — pas avant de l'avoir mérité.

height 1pt

Ce thème installe les **réflexes de base** de la trigonométrie : convertir un angle, le placer sur le cercle, lire son **quadrant**, le **signe** de ses nombres trigonométriques et ses **valeurs remarquables**. Ces gestes reviennent dans presque tous les QCM : rendez-les *automatiques*.

1. Convertir degrés $\leftrightarrow$ radians Un demi-tour vaut 180° ou π radians. Tout part de cette égalité, résumée par la règle de trois :

$$\boxed{\frac{\alpha_{\text{deg}}}{180} = \frac{\alpha_{\text{rad}}}{\pi}} \implies \alpha_{\text{rad}} = \alpha_{\text{deg}} \times \frac{\pi}{180}, \quad \alpha_{\text{deg}} = \alpha_{\text{rad}} \times \frac{180}{\pi}.$$

 **EXEMPLE** *le π se simplifie toujours*

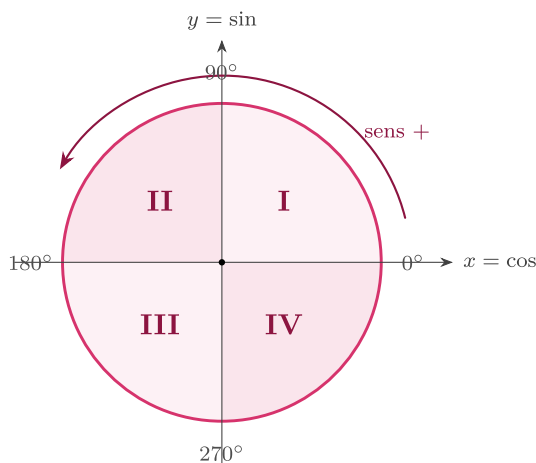
$30^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$; $\frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = \frac{3 \times 180}{4} = 135^\circ$. Si le π ne se simplifie pas, c'est le signe d'une erreur.

Les conversions à connaître par cœur (elles reviennent partout) :

deg	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

2. Le cercle, les quadrants et le sens trigonométrique Le **cercle trigonométrique** a pour centre O et pour rayon 1. On tourne dans le **sens trigonométrique** (inverse des aiguilles d'une montre = sens positif). Les deux axes le découpent en quatre **quadrants** :

$$\text{I} : 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad | \quad \text{II} : \frac{\pi}{2} \rightarrow \pi \quad | \quad \text{III} : \pi \rightarrow \frac{3\pi}{2} \quad | \quad \text{IV} : \frac{3\pi}{2} \rightarrow 2\pi.$$



L'ESSENTIEL un point du cercle porte cos et sin

Au point P associé à l'angle α : $P = (\cos \alpha ; \sin \alpha)$. Donc **le cosinus se lit horizontalement** (abscisse) et **le sinus verticalement** (ordonnée). Comme le rayon vaut 1 : $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ et $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$.

3. Signe selon le quadrant On lit le signe directement sur le cercle : cos (horizontal) est positif à droite, sin (vertical) positif en haut. La tangente $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ est positive quand sin et cos ont le même signe.

Quadrant	I	II	III	IV
cos	+	−	−	+
sin	+	+	−	−
tg, cotg	+	−	+	−

4. Valeurs remarquables du premier quadrant Astuce du sinus : écris $\frac{\sqrt{0}}{2}, \frac{\sqrt{1}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{4}}{2}$. Le cosinus est la même liste à l'envers.

α	0	$\frac{\pi}{6} (30^\circ)$	$\frac{\pi}{4} (45^\circ)$	$\frac{\pi}{3} (60^\circ)$	$\frac{\pi}{2} (90^\circ)$
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$

☞ **MÉTHODE** lire un nombre trigonométrique d'un angle quelconque

- 1 Ramener l'angle dans $[0^\circ; 360^\circ[$ en ajoutant/retranchant des tours ($\pm 360^\circ$).
- 2 Repérer le **quadrant** $\Rightarrow$ en déduire le **signe**.
- 3 Trouver l'angle de référence (angle aigu avec l'axe horizontal) et lire sa valeur au tableau.
- 4 Recoller le signe de l'étape 2.

🔗 **EXEMPLE** $\cos 120^\circ$

120° est au quadrant II ($\cos < 0$). Référence : $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, et $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. Donc $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$.

⚠ **PIÈGE** erreurs classiques

- Oublier de simplifier le π dans une conversion.
- Confondre les lignes $\sin$ et $\cos$ (le sinus *monte* de 0 à 1, le cosinus *descend* de 1 à 0).
- Donner un signe $+$ à un cosinus du quadrant II ou III.

Les exercices

FACILE 15 exercices

Exo 1 Des degrés vers les radians

Convertis chaque angle en radians, sous forme d'une fraction de π simplifiée.

a)

$$45^\circ$$

b)

$$90^\circ$$

c)

$$150^\circ$$

d)

$$210^\circ$$

e)

$$300^\circ$$

Exo 2 Des radians vers les degrés

Convertis chaque angle en degrés.

a)

$$\frac{\pi}{6}$$

b)

$$\frac{3\pi}{4}$$

c)

$$\frac{5\pi}{3}$$

d)

$$\frac{7\pi}{6}$$

e)

$$2\pi$$

Exo 3 Dans quel quadrant ?

Indique le quadrant (I, II, III ou IV) auquel appartient chaque angle.

a)

$$200^\circ$$

b)

$$85^\circ$$

c)

$$\frac{5\pi}{4}$$

d)

$$\frac{7\pi}{4}$$

e)

$$\frac{2\pi}{3}$$

Exo 4 Quel signe ? (sans calculer la valeur)

Pour chaque nombre trigonométrique, donne uniquement son **signe** (+ ou —) en te servant du quadrant.

a)

$$\cos 160^\circ$$

b)

$$\sin 250^\circ$$

c)

$$\operatorname{tg} 100^\circ$$

d)

$$\cos 320^\circ$$

e)

$$\sin 40^\circ$$

Exo 5 Valeurs remarquables du premier quadrant

Donne la valeur exacte, en t'aidant du tableau des valeurs remarquables.

a)

$$\cos \frac{\pi}{3}$$

b)

$$\sin \frac{\pi}{4}$$

c)

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$$

d)

$$\sin \frac{\pi}{6}$$

e)

$$\cos \frac{\pi}{2}$$

Exo 6 Des degrés vers les radians (bis)

Convertis chaque angle en radians, sous forme d'une fraction de π simplifiée.

a)

$$30^\circ$$

b)

$$60^\circ$$

c)

$$120^\circ$$

d)

$$135^\circ$$

e)

$$270^\circ$$

Exo 7 Des radians vers les degrés (bis)

Convertis chaque angle en degrés.

a)

$$\frac{\pi}{3}$$

b)

$$\frac{2\pi}{3}$$

c)

$$\frac{5\pi}{6}$$

d)

$$\frac{3\pi}{2}$$

e)

$$\frac{11\pi}{6}$$

Exo 8 Des angles moins classiques

Convertis en radians, en fraction de π simplifiée. Ici le dénominateur n'est pas toujours 6, 4 ou 3.

a)

$$15^\circ$$

b)

$$75^\circ$$

c)

$$36^\circ$$

d)

$$240^\circ$$

e)

$$315^\circ$$

Exo 9 Dans quel quadrant ? (bis)

Indique le quadrant (I, II, III ou IV) auquel appartient chaque angle.

a)

$$340^\circ$$

b)

$$95^\circ$$

c)

$$\frac{4\pi}{3}$$

d)

$$\frac{3\pi}{4}$$

e)

$$\frac{5\pi}{3}$$

Exo 10 Quel signe ? (bis)

Pour chaque nombre trigonométrique, donne uniquement son **signe** (+ ou —) en te servant du quadrant.

a)

$$\sin 200^\circ$$

b)

$$\cos 100^\circ$$

c)

$$\operatorname{tg} 300^\circ$$

d)

$$\sin 350^\circ$$

e)

$$\cos 20^\circ$$

Exo 11**Valeurs remarquables (bis)**

Donne la valeur exacte, en t'aidant du tableau.

a)

$$\sin \frac{\pi}{3}$$

b)

$$\cos \frac{\pi}{6}$$

c)

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$$

d)

$$\cos \frac{\pi}{4}$$

e)

$$\sin \frac{\pi}{2}$$

Exo 12 Tangente et cotangente du premier quadrant

Donne la valeur exacte. On rappelle que $\cotg \alpha = \frac{1}{\tg \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.

a)

$$\tg \frac{\pi}{6}$$

b)

$$\cotg \frac{\pi}{4}$$

c)

$$\cotg \frac{\pi}{3}$$

d)

$$\tg 0$$

e)

$$\cotg \frac{\pi}{6}$$

Exo 13 Coordonnées d'un point du premier quadrant

Pour chaque angle α , donne les coordonnées exactes $(\cos \alpha ; \sin \alpha)$ du point associé sur le cercle trigonométrique.

a)

$$\alpha = \frac{\pi}{6}$$

b)

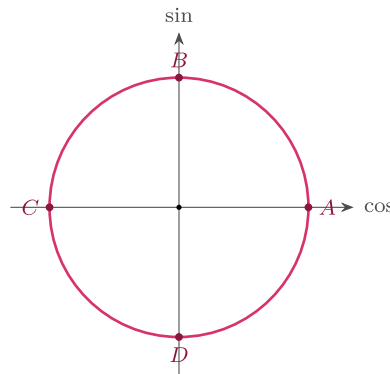
$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

c)

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

Exo 14 Les quatre points cardinaux

Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, les points A, B, C, D sont placés aux extrémités des deux axes.



Pour chacun des points A, B, C, D , donne son angle (en degrés et en radians) et ses coordonnées $(\cos; \sin)$.

Exo 15 Même point du cercle ?

Les deux mesures proposées pointent-elles vers le **même** point du cercle trigonométrique ? Réponds par oui ou non en justifiant.

a)

30° et 390°

b)

45° et $\frac{\pi}{4}$

c)

200° et -160°

d)

90° et 450°

e)

60° et $\frac{\pi}{6}$

MOYEN

15 exercices

Exo 1**Valeurs remarquables hors du premier quadrant**

Donne la valeur exacte (pense au signe puis à l'angle de référence).

a)

$$\cos 120^\circ$$

b)

$$\sin 225^\circ$$

c)

$$\operatorname{tg} 150^\circ$$

d)

$$\cos 300^\circ$$

e)

$$\sin \frac{4\pi}{3}$$

Exo 2**Ramener dans un tour, puis évaluer**

Ramène d'abord l'angle dans $[0^\circ; 360^\circ[$ (ou $[0; 2\pi[$) en ajoutant/retranchant des tours, puis donne la valeur exacte.

a)

$$\cos 405^\circ$$

b)

$$\sin(-30^\circ)$$

c)

$$\operatorname{tg} 390^\circ$$

d)

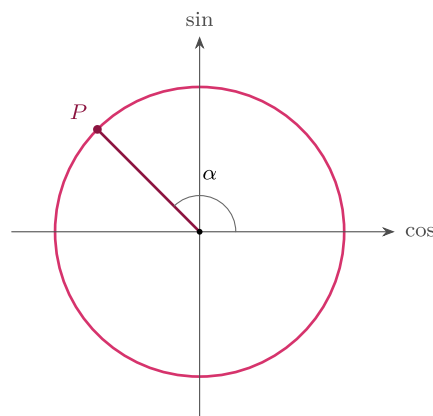
$$\cos \frac{7\pi}{2}$$

e)

$$\sin \frac{13\pi}{6}$$

Exo 3 Lire un point sur le cercle

Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, le point P correspond à un angle α .



a)

Dans quel quadrant se trouve P ?

b)

Sachant que α est remarquable, donne sa valeur en degrés et en radians.

c)

Donne alors les coordonnées exactes $(\cos \alpha ; \sin \alpha)$ de P .

Exo 4 Signe imposé, quadrant à trouver

Pour chaque condition, indique le(s) quadrant(s) possible(s) pour l'angle α .

a)

$$\cos \alpha > 0 \text{ et } \sin \alpha < 0$$

b)

$$\operatorname{tg} \alpha < 0$$

c)

$$\sin \alpha > 0 \text{ et } \cos \alpha < 0$$

Exo 5 Vrai ou Faux

Justifie brièvement chaque réponse.

a)

$\frac{5\pi}{6}$ correspond à 150° .

b)

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

c)

Un angle de -45° est dans le même quadrant que 315° .

d)

$$\operatorname{tg} 180^\circ = 0.$$

Exo 6 Valeurs remarquables hors du premier quadrant (bis)

Donne la valeur exacte (signe d'abord, puis angle de référence).

a)

$$\sin 120^\circ$$

b)

$$\cos 135^\circ$$

c)

$$\operatorname{tg} 225^\circ$$

d)

$$\sin 300^\circ$$

e)

$$\cos 240^\circ$$

Exo 7 Ramener dans un tour, puis évaluer (bis)

Ramène l'angle dans $[0^\circ; 360^\circ[$ (ou $[0; 2\pi[$), puis donne la valeur exacte.

a)

$$\sin 420^\circ$$

b)

$$\cos(-120^\circ)$$

c)

$$\operatorname{tg} 495^\circ$$

d)

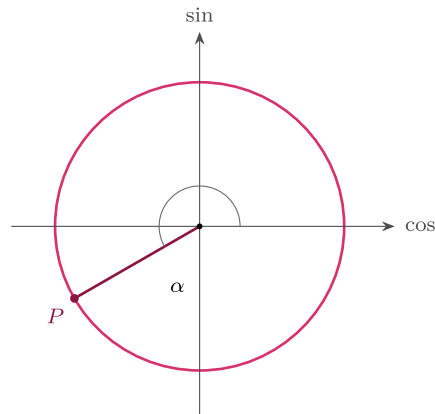
$$\cos \frac{11\pi}{3}$$

e)

$$\sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$$

Exo 8 Lire un point sur le cercle (bis)

Sur le cercle ci-dessous, le point P correspond à un angle α remarquable.



a)

Dans quel quadrant se trouve P ?

b)

Donne la valeur de α en degrés et en radians.

c)

Donne les coordonnées exactes $(\cos \alpha ; \sin \alpha)$ de P .

Exo 9 Signe imposé, quadrant à trouver (bis)

Pour chaque condition, indique le quadrant de l'angle α .

(a) $\cos \alpha < 0$ et $\sin \alpha > 0$ (b) $\sin \alpha < 0$ et $\operatorname{tg} \alpha > 0$

(c) $\cos \alpha > 0$ et $\operatorname{tg} \alpha < 0$ (d) $\sin \alpha > 0$ et $\operatorname{tg} \alpha < 0$

Exo 10 Coordonnées hors du premier quadrant

Pour chaque angle α , donne les coordonnées exactes $(\cos \alpha ; \sin \alpha)$ du point associé.

a)

$$\alpha = \frac{3\pi}{4}$$

b)

$$\alpha = \frac{7\pi}{6}$$

c)

$$\alpha = \frac{5\pi}{3}$$

Exo 11 Tangente et cotangente hors du premier quadrant

Donne la valeur exacte (signe par le quadrant, puis angle de référence).

a)

$$\operatorname{tg} 120^\circ$$

b)

$$\operatorname{cotg} 135^\circ$$

c)

$$\operatorname{tg} 210^\circ$$

d)

$$\operatorname{cotg} 300^\circ$$

e)

$$\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$$

Exo 12 Retrouver les angles d'une valeur

Donne *tous* les angles $x \in [0; 2\pi[$ vérifiant l'égalité proposée.

a)

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

b)

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

c)

$$\operatorname{tg} x = 1$$

Exo 13 Fiche d'identité d'un angle

Pour chaque angle, donne (i) sa mesure en radians, (ii) son quadrant, (iii) le signe de cos et celui de sin.

a)

$$160^\circ$$

b)

$$225^\circ$$

c)

$$315^\circ$$

d)

$$100^\circ$$

Exo 14 Vrai ou Faux (bis)

Justifie brièvement chaque réponse.

a)

$$\cos(-30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

b)

$$\sin 210^\circ = \sin 30^\circ.$$

c)

$$\operatorname{tg} 135^\circ = -1.$$

d)

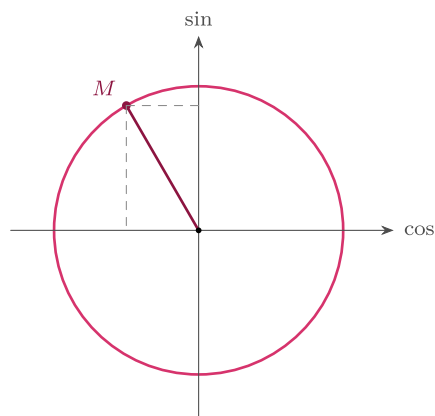
$$\frac{7\pi}{4} \text{ et } -\frac{\pi}{4} \text{ pointent vers le même point du cercle.}$$

e)

$$\cos 480^\circ = \cos 120^\circ.$$

Exo 15 Des coordonnées vers l'angle

Le point M du cercle trigonométrique a pour coordonnées $\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.



a)

Dans quel quadrant se trouve M ?

b)

Quelle est la mesure $\alpha \in [0; 2\pi[$ de son angle ?

c)

Déduis-en la valeur exacte de $\operatorname{tg} \alpha$.

DIFFICILE

13 exercices

Exo 1

Le grand angle négatif

On pose $\alpha = -\frac{25\pi}{6}$.

a)

Ramène α à un angle $\beta \in [0; 2\pi[$ ayant les mêmes nombres trigonométriques.

b)

Convertis β en degrés et précise son quadrant.

c)

Déduis le signe de $\cos \beta$, $\sin \beta$ et $\operatorname{tg} \beta$.

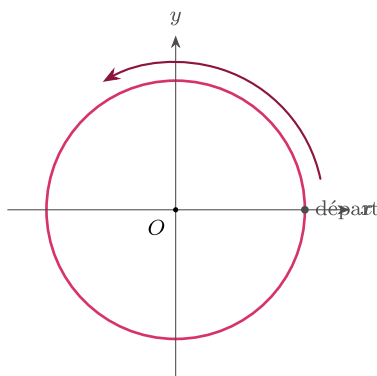
d)

Donne l'angle de référence, puis les valeurs exactes de $\cos \alpha$, $\sin \alpha$ et $\operatorname{tg} \alpha$.

Exo 2

Mise en situation : la grande roue

Une nacelle d'une grande roue est repérée par un point M sur un cercle de rayon 1 (unité : dizaines de mètres), de centre O . Au départ, M est à l'extrême droite (angle 0). La roue tourne dans le sens trigonométrique.



a)

La roue tourne de 210° . Exprime cet angle en radians.

b)

Dans quel quadrant se trouve alors M ? Sa hauteur (ordonnée) est-elle positive ou négative?

c)

Donne les coordonnées exactes $(x; y)$ de M .

d)

La roue continue et fait au total $\frac{3}{4}$ de tour *de plus* (depuis la position de la question a, soit $210^\circ + 270^\circ$).
Donne le nouvel angle ramené dans $[0^\circ; 360^\circ[$ et les nouvelles coordonnées de M .

Exo 3 Retrouver un angle à partir d'une valeur

Dans tout l'exercice, on cherche des angles dans $[0; 2\pi[$.

a)

Détermine *tous* les angles $x \in [0; 2\pi[$ tels que $\cos x = -\frac{1}{2}$.

b)

Détermine *tous* les angles $x \in [0; 2\pi[$ tels que $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c)

Existe-t-il un angle tel que $\cos x = \frac{3}{2}$? Justifie.

d)

Place sur un cercle trigonométrique les solutions trouvées en (a) et (b).

Exo 4 Le très grand angle positif

On pose $\alpha = \frac{101\pi}{6}$.

a)

Ramène α à un angle $\beta \in [0; 2\pi[$ ayant les mêmes nombres trigonométriques.

b)

Convertis β en degrés et précise son quadrant.

c)

Donne le signe de $\cos \beta$, $\sin \beta$ et $\operatorname{tg} \beta$.

d)

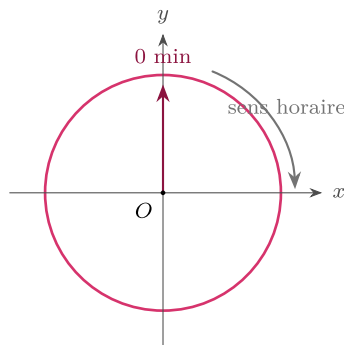
À l'aide de l'angle de référence, donne les valeurs exactes de $\cos \alpha$, $\sin \alpha$ et $\operatorname{tg} \alpha$.

e)

Donne enfin les coordonnées exactes du point du cercle associé à α .

Exo 5 Mise en situation : l'aiguille des minutes

L'extrémité de l'aiguille des minutes d'une horloge décrit un cercle de rayon 1, de centre O . À 0 min (midi) elle pointe vers le haut, c'est-à-dire à l'angle $\frac{\pi}{2}$. Attention : une horloge tourne dans le **sens des aiguilles** (sens *néгатif*).



On note $\theta(t)$ l'angle (mesuré dans le sens trigonométrique usuel) de l'aiguille après t minutes.

a)

Sachant qu'en t minutes l'aiguille tourne de 6° par minute *dans le sens négatif*, exprime $\theta(t)$ en degrés en fonction de t .

b)

Où pointe l'aiguille à $t = 15$ minutes ? Donne l'angle et les coordonnées du point.

c)

Même question à $t = 20$ minutes (ramène l'angle dans $[0^\circ; 360^\circ[$).

d)

Même question à $t = 40$ minutes.

Exo 6 Solutions générales et fenêtre

On cherche cette fois *toutes* les solutions réelles (pas seulement dans un tour).

a)

Donne toutes les solutions réelles de $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, sous la forme $x = \dots + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

b)

Donne toutes les solutions réelles de $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

c)

Donne toutes les solutions réelles de $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ (les solutions se répètent tous les π).

d)

Parmi les solutions de la question (a), lesquelles appartiennent à $[0; 4\pi[$?

Exo 7 Lire des inégalités sur le cercle

Toutes les inconnues x sont cherchées dans $[0; 2\pi[$.

a)

Détermine l'ensemble des x tels que $\cos x \geq \frac{1}{2}$.

b)

Détermine l'ensemble des x tels que $\sin x < -\frac{1}{2}$.

c)

Détermine l'ensemble des x tels que $\operatorname{tg} x > 0$.

d)

Illustre la réponse à la question (a) par un arc hachuré sur le cercle.

Exo 8 Deux angles pour un même cosinus

On sait que $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ et que $\alpha \in [0; 2\pi[$.

a)

Combien de valeurs de α sont possibles ? Justifie par le cercle.

b)

Donne-les explicitement.

c)

Pour chacune, précise le quadrant et la valeur exacte de $\sin \alpha$.

d)

Laquelle vérifie de plus $\operatorname{tg} \alpha > 0$?

Exo 9 Un point qui saute de quart en quart

Un point M du cercle a pour angle $\alpha(t) = \frac{\pi}{6} + t \cdot \frac{\pi}{2}$, où $t \in \mathbb{N}$ compte les quarts de tour effectués.

a)

Donne l'angle (ramené dans $[0; 2\pi[$) et le quadrant de M pour $t = 0, 1, 2, 3$.

b)

Donne les coordonnées exactes de M pour ces quatre valeurs.

c)

Que vaut $\alpha(4)$? Que constate-t-on ?

d)

Quel est le plus petit $t > 0$ pour lequel M se trouve dans le quadrant III ?

Exo 10 Le radian, un nombre comme un autre

On rappelle $\pi \approx 3,14$, $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$, $\frac{3\pi}{2} \approx 4,71$ et $2\pi \approx 6,28$.

a)

Convertis 1 radian en degrés (valeur approchée à $0,1^\circ$ près).

b)

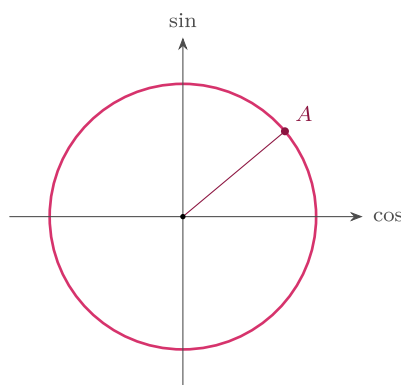
Dans quel quadrant se trouvent les angles de 1 rad, 3 rad et 5 rad ?

c)

Déduis-en, *sans calculatrice*, le signe de $\cos(1)$, $\cos(3)$ et $\cos(5)$.

Exo 11 Jeux de symétries sur le cercle

Le point A correspond à l'angle 40° . On construit : B le symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées (y), C le symétrique de A par rapport à l'origine O , D le symétrique de A par rapport à l'axe des abscisses (x).



a)

Donne la mesure dans $[0^\circ; 360^\circ[$ des angles de B , C et D .

b)

Exprime les coordonnées de B , C et D en fonction de $\cos 40^\circ$ et $\sin 40^\circ$.

c)

Que peut-on dire des cosinus de A et de D ? Des sinus de A et de B ?

Exo 12 Quand cosinus et sinus s'égalent

On cherche les angles $x \in [0; 2\pi[$ pour lesquels le point associé vérifie $|\cos x| = |\sin x|$.

a)

Explique pourquoi ces points sont exactement sur les deux « diagonales » du cercle, et donne les quatre valeurs de x .

b)

Parmi elles, lesquelles vérifient $\cos x = \sin x$?

c)

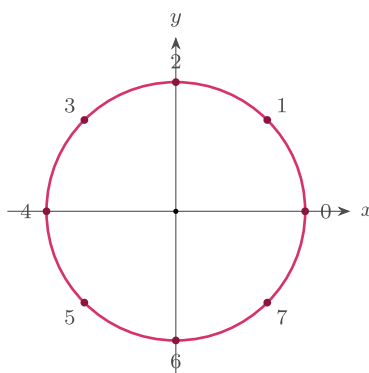
Lesquelles vérifient $\cos x = -\sin x$?

d)

Donne la valeur de $\operatorname{tg} x$ pour chacune des quatre solutions.

Exo 13 Mise en situation : les nacelles d'une grande roue

Une grande roue possède 8 nacelles régulièrement réparties sur un cercle de rayon 1, numérotées de 0 à 7 dans le sens trigonométrique ; la nacelle 0 est au point $(1; 0)$.



a)

Quel angle (en radians) sépare deux nacelles consécutives?

b)

Donne l'angle des nacelles 3 et 5 (en radians et en degrés).

c)

Donne les coordonnées exactes des nacelles 2 et 6.

d)

Quelle nacelle occupe le point le plus haut de la roue ?



DEUXIÈME PARTIE

Corrigés

Chaque exercice repris pas à pas, niveau par niveau.
Compare ta démarche, pas seulement ton résultat.





Une seconde – avant d'ouvrir le corrigé...



Si ce carnet t'aide, rends-nous la pareille : parle de simulationconcours.be à quelqu'un qui prépare le concours. C'est comme ça qu'on peut continuer.

Ce qu'on a préparé pour toi

- ✓ Ce carnet en interactif, avec correction en un clic
- ✓ Les cours complets, chapitre par chapitre – gratuits
- ✓ 3100 QCM type concours, corrigés et expliqués
- ✓ Des fiches de révision à imprimer

Tous les jeudis : simulation du concours en ligne

En conditions réelles – chrono, QCM type concours et score immédiat.



Rejoins-nous sur simulationconcours.be

scanne le QR ou tape l'adresse – puis reviens vérifier tes réponses

Les corrigés

FACILE 15 exercices**Exo 1** Des degrés vers les radians

On multiplie par $\frac{\pi}{180}$ puis on simplifie.

a)

$$\blacktriangleright 45 \times \frac{\pi}{180} = \frac{45\pi}{180} = \frac{\pi}{4}.$$

b)

$$\blacktriangleright 90 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}.$$

c)

$$\blacktriangleright 150 \times \frac{\pi}{180} = \frac{150\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}.$$

d)

$$\blacktriangleright 210 \times \frac{\pi}{180} = \frac{210\pi}{180} = \frac{7\pi}{6}.$$

e)

$$\blacktriangleright 300 \times \frac{\pi}{180} = \frac{300\pi}{180} = \frac{5\pi}{3}.$$

Exo 2 Des radians vers les degrés

On multiplie par $\frac{180}{\pi}$; le π se simplifie.

a)

$$\blacktriangleright \frac{\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = \frac{180}{6} = 30^\circ.$$

b)

$$\blacktriangleright \frac{3\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = \frac{3 \times 180}{4} = 135^\circ.$$

c)

$$\blacktriangleright \frac{5\pi}{3} \times \frac{180}{\pi} = \frac{5 \times 180}{3} = 300^\circ.$$

d)

$$\blacktriangleright \frac{7\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = \frac{7 \times 180}{6} = 210^\circ.$$

e)

$$\blacktriangleright 2\pi \times \frac{180}{\pi} = 360^\circ \text{ (un tour complet).}$$

Exo 3 Dans quel quadrant ?

On situe l'angle par rapport à 90° , 180° , 270° , 360° (soit $\frac{\pi}{2}$, π , $\frac{3\pi}{2}$, 2π).

a)

► 200° : entre 180° et $270^\circ \Rightarrow$ **quadrant III**.

b)

► 85° : entre 0° et $90^\circ \Rightarrow$ **quadrant I**.

c)

► $\frac{5\pi}{4} = 225^\circ$: entre 180° et $270^\circ \Rightarrow$ **quadrant III**.

d)

► $\frac{7\pi}{4} = 315^\circ$: entre 270° et $360^\circ \Rightarrow$ **quadrant IV**.

e)

► $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$: entre 90° et $180^\circ \Rightarrow$ **quadrant II**.

Exo 4 Quel signe ? (sans calculer la valeur)

On lit le quadrant, puis le tableau des signes ($\cos > 0$ à droite, $\sin > 0$ en haut, $\text{tg} > 0$ si $\sin$ et $\cos$ de même signe).

a)

► 160° : quadrant II, $\cos < 0$ donc $\cos 160^\circ$ est **négatif**.

b)

► 250° : quadrant III, $\sin < 0$ donc $\sin 250^\circ$ est **négatif**.

c)

► 100° : quadrant II, $\sin > 0$ et $\cos < 0$ donc $\text{tg } 100^\circ$ est **négatif**.

d)

► 320° : quadrant IV, $\cos > 0$ donc $\cos 320^\circ$ est **positif**.

e)

► 40° : quadrant I, $\sin > 0$ donc $\sin 40^\circ$ est **positif**.

Exo 5 Valeurs remarquables du premier quadrant

Lecture directe dans le tableau.

a)

► $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

b)

► $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c)

$$\blacktriangleright \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}.$$

d)

$$\blacktriangleright \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$$

e)

$$\blacktriangleright \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

Exo 6 Des degrés vers les radians (bis)

On multiplie par $\frac{\pi}{180}$ puis on simplifie.

a)

$$\blacktriangleright 30 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}.$$

b)

$$\blacktriangleright 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}.$$

c)

$$\blacktriangleright 120 \times \frac{\pi}{180} = \frac{120\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}.$$

d)

$$\blacktriangleright 135 \times \frac{\pi}{180} = \frac{135\pi}{180} = \frac{3\pi}{4}.$$

e)

$$\blacktriangleright 270 \times \frac{\pi}{180} = \frac{270\pi}{180} = \frac{3\pi}{2}.$$

Exo 7 Des radians vers les degrés (bis)

On multiplie par $\frac{180}{\pi}$; le π se simplifie.

a)

$$\blacktriangleright \frac{\pi}{3} \times \frac{180}{\pi} = \frac{180}{3} = 60^\circ.$$

b)

$$\blacktriangleright \frac{2\pi}{3} \times \frac{180}{\pi} = \frac{2 \times 180}{3} = 120^\circ.$$

c)

$$\blacktriangleright \frac{5\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = \frac{5 \times 180}{6} = 150^\circ.$$

d)

$$\blacktriangleright \frac{3\pi}{2} \times \frac{180}{\pi} = \frac{3 \times 180}{2} = 270^\circ.$$

e)

$$\blacktriangleright \frac{11\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = \frac{11 \times 180}{6} = 330^\circ.$$

Exo 8 Des angles moins classiques

Même méthode ; on ne s'inquiète pas si le dénominateur est plus grand.

a)

$$\blacktriangleright 15 \times \frac{\pi}{180} = \frac{15\pi}{180} = \frac{\pi}{12}.$$

b)

$$\blacktriangleright 75 \times \frac{\pi}{180} = \frac{75\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}.$$

c)

$$\blacktriangleright 36 \times \frac{\pi}{180} = \frac{36\pi}{180} = \frac{\pi}{5}.$$

d)

$$\blacktriangleright 240 \times \frac{\pi}{180} = \frac{240\pi}{180} = \frac{4\pi}{3}.$$

e)

$$\blacktriangleright 315 \times \frac{\pi}{180} = \frac{315\pi}{180} = \frac{7\pi}{4}.$$

Exo 9 Dans quel quadrant ? (bis)

On situe l'angle par rapport à 90° , 180° , 270° , 360° .

a)

$$\blacktriangleright 340^\circ : \text{entre } 270^\circ \text{ et } 360^\circ \Rightarrow \text{quadrant IV.}$$

b)

$$\blacktriangleright 95^\circ : \text{entre } 90^\circ \text{ et } 180^\circ \Rightarrow \text{quadrant II.}$$

c)

$$\blacktriangleright \frac{4\pi}{3} = 240^\circ : \text{entre } 180^\circ \text{ et } 270^\circ \Rightarrow \text{quadrant III.}$$

d)

$$\blacktriangleright \frac{3\pi}{4} = 135^\circ : \text{entre } 90^\circ \text{ et } 180^\circ \Rightarrow \text{quadrant II.}$$

e)

$$\blacktriangleright \frac{5\pi}{3} = 300^\circ : \text{entre } 270^\circ \text{ et } 360^\circ \Rightarrow \text{quadrant IV.}$$

Exo 10 Quel signe ? (bis)

On lit le quadrant, puis le tableau des signes.

a)

$$\blacktriangleright 200^\circ : \text{quadrant III, } \sin < 0 \text{ donc } \sin 200^\circ \text{ est négatif.}$$

b)

$$\blacktriangleright 100^\circ : \text{quadrant II, } \cos < 0 \text{ donc } \cos 100^\circ \text{ est négatif.}$$

c)

► 300° : quadrant IV, $\sin < 0$ et $\cos > 0$ donc $\text{tg } 300^\circ$ est **négatif**.

d)

► 350° : quadrant IV, $\sin < 0$ donc $\sin 350^\circ$ est **négatif**.

e)

► 20° : quadrant I, $\cos > 0$ donc $\cos 20^\circ$ est **positif**.

Exo 11 Valeurs remarquables (bis)

Lecture directe dans le tableau.

a)

► $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b)

► $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c)

► $\text{tg } \frac{\pi}{4} = 1$.

d)

► $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

e)

► $\sin \frac{\pi}{2} = 1$.

Exo 12 Tangente et cotangente du premier quadrant

On lit tg au tableau, puis on inverse pour cotg.

a)

► $\text{tg } \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

b)

► $\text{cotg } \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\text{tg}(\pi/4)} = \frac{1}{1} = 1$.

c)

► $\text{cotg } \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\text{tg}(\pi/3)} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

d)

► $\text{tg } 0 = \frac{\sin 0}{\cos 0} = \frac{0}{1} = 0$.

e)

► $\text{cotg } \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\text{tg}(\pi/6)} = \frac{1}{\sqrt{3}/3} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Exo 13 Coordonnées d'un point du premier quadrant

On lit $\cos \alpha$ en abscisse et $\sin \alpha$ en ordonnée.

a)

► $\alpha = \frac{\pi}{6} : \left(\cos \frac{\pi}{6} ; \sin \frac{\pi}{6} \right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} ; \frac{1}{2} \right).$

b)

► $\alpha = \frac{\pi}{4} : \left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$

c)

► $\alpha = \frac{\pi}{3} : \left(\frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$

Exo 14 Les quatre points cardinaux

Chaque point est sur un axe : son cosinus ou son sinus vaut 0, l'autre ± 1 .

- ► $0^\circ = 0 \text{ rad}, \text{ coordonnées } (1 ; 0).$
- ► $90^\circ = \frac{\pi}{2}, \text{ coordonnées } (0 ; 1).$
- ► $180^\circ = \pi, \text{ coordonnées } (-1 ; 0).$
- ► $270^\circ = \frac{3\pi}{2}, \text{ coordonnées } (0 ; -1).$

Exo 15 Même point du cercle ?

Deux mesures pointent vers le même point si elles diffèrent d'un nombre entier de tours ($\pm 360^\circ$).

a)

► **Oui** : $390^\circ - 360^\circ = 30^\circ.$

b)

► **Oui** : $\frac{\pi}{4} = 45^\circ.$

c)

► **Oui** : $-160^\circ + 360^\circ = 200^\circ.$

d)

► **Oui** : $450^\circ - 360^\circ = 90^\circ.$

e)

► **Non** : $\frac{\pi}{6} = 30^\circ \neq 60^\circ.$

MOYEN 15 exercices

Exo 1 Valeurs remarquables hors du premier quadrant

a)

► 120° , quadrant II ($\cos < 0$), référence $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$: $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$.

b)

► 225° , quadrant III ($\sin < 0$), référence $225^\circ - 180^\circ = 45^\circ$: $\sin 225^\circ = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

c)

► 150° , quadrant II ($\text{tg} < 0$), référence 30° : $\text{tg } 150^\circ = -\text{tg } 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

d)

► 300° , quadrant IV ($\cos > 0$), référence $360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$: $\cos 300^\circ = +\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

e)

► $\frac{4\pi}{3} = 240^\circ$, quadrant III ($\sin < 0$), référence 60° : $\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exo 2 Ramener dans un tour, puis évaluer

a)

► $405^\circ - 360^\circ = 45^\circ$: $\cos 405^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b)

► $\sin(-30^\circ)$: angle du quadrant IV ($\sin < 0$), soit $-30^\circ \equiv 330^\circ$; $\sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$.

c)

► $390^\circ - 360^\circ = 30^\circ$: $\text{tg } 390^\circ = \text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

d)

► $\frac{7\pi}{2} - 2\pi = \frac{7\pi-4\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} (= 270^\circ)$: $\cos \frac{7\pi}{2} = \cos \frac{3\pi}{2} = 0$.

e)

► $\frac{13\pi}{6} - 2\pi = \frac{13\pi-12\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$: $\sin \frac{13\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Exo 3 Lire un point sur le cercle

a)

► P est en haut à gauche : **quadrant II**.

b)

► L'angle vaut $\alpha = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}$.

c)

► Référence 45° ; au quadrant II $\cos < 0$ et $\sin > 0$, donc $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin \frac{3\pi}{4} = +\frac{\sqrt{2}}{2}$:

$$P = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Exo 4 Signe imposé, quadrant à trouver

a)

► $\cos > 0$ (quadrants I, IV) et $\sin < 0$ (III, IV) : commun $\Rightarrow$ **quadrant IV**.

b)

► $\text{tg} < 0$ quand $\sin$ et $\cos$ sont de signes contraires : **quadrants II et IV**.

c)

► $\sin > 0$ (I, II) et $\cos < 0$ (II, III) : commun $\Rightarrow$ **quadrant II**.

Exo 5 Vrai ou Faux

a)

► **Vrai** : $\frac{5\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = \frac{5 \times 180}{6} = 150^\circ$.

b)

► **Faux** : $\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$ est au quadrant II, donc $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (négatif).

c)

► **Vrai** : $-45^\circ \equiv -45^\circ + 360^\circ = 315^\circ$, qui est bien au quadrant IV comme 315° .

d)

► **Vrai** : $\text{tg } 180^\circ = \frac{\sin 180^\circ}{\cos 180^\circ} = \frac{0}{-1} = 0$.

Exo 6 Valeurs remarquables hors du premier quadrant (bis)

a)

► 120° , quadrant II ($\sin > 0$), référence $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$: $\sin 120^\circ = +\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b)

► 135° , quadrant II ($\cos < 0$), référence 45° : $\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

c)

► 225° , quadrant III ($\text{tg} > 0$), référence $225^\circ - 180^\circ = 45^\circ$: $\text{tg } 225^\circ = +\text{tg } 45^\circ = 1$.

d)

► 300° , quadrant IV ($\sin < 0$), référence $360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$: $\sin 300^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

e)

► 240° , quadrant III ($\cos < 0$), référence 60° : $\cos 240^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$.

Exo 7 Ramener dans un tour, puis évaluer (bis)

a)

► $420^\circ - 360^\circ = 60^\circ$: $\sin 420^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b)

► $-120^\circ \equiv -120^\circ + 360^\circ = 240^\circ$ (quadrant III, $\cos < 0$, référence 60°) : $\cos(-120^\circ) = \cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$.

c)

► $495^\circ - 360^\circ = 135^\circ$ (quadrant II, $\text{tg} < 0$, référence 45°) : $\text{tg} 495^\circ = \text{tg} 135^\circ = -1$.

d)

► $\frac{11\pi}{3} - 2\pi = \frac{11\pi-6\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} (= 300^\circ)$: $\cos \frac{11\pi}{3} = \cos 300^\circ = \frac{1}{2}$.

e)

► $-\frac{5\pi}{4} + 2\pi = \frac{3\pi}{4} (= 135^\circ)$: $\sin(-\frac{5\pi}{4}) = \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exo 8 Lire un point sur le cercle (bis)

a)

► P est en bas à gauche : **quadrant III**.

b)

► $\alpha = 210^\circ = \frac{7\pi}{6}$.

c)

► Référence $210^\circ - 180^\circ = 30^\circ$; au quadrant III $\cos < 0$ et $\sin < 0$:

$$P = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} ; -\frac{1}{2} \right).$$

Exo 9 Signe imposé, quadrant à trouver (bis)

- $\cos < 0$ (II, III) et $\sin > 0$ (I, II) : commun $\Rightarrow$ **quadrant II**.
- $\sin < 0$ (III, IV) et $\text{tg} > 0$ (I, III) : commun $\Rightarrow$ **quadrant III**.
- $\cos > 0$ (I, IV) et $\text{tg} < 0$ (II, IV) : commun $\Rightarrow$ **quadrant IV**.

- $\sin > 0$ (I, II) et $\text{tg} < 0$ (II, IV) : commun $\Rightarrow$ **quadrant II**.

Exo 10 Coordonnées hors du premier quadrant

On applique signe (par le quadrant) puis valeur de référence, sur cos et sin.

a)

► $\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$ (II, référence 45°) : $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

b)

► $\frac{7\pi}{6} = 210^\circ$ (III, référence 30°) : $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

c)

► $\frac{5\pi}{3} = 300^\circ$ (IV, référence 60°) : $\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Exo 11 Tangente et cotangente hors du premier quadrant

a)

► 120° (II, $\text{tg} < 0$, référence 60°) : $\text{tg } 120^\circ = -\text{tg } 60^\circ = -\sqrt{3}$.

b)

► 135° (II) : $\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, donc $\cotg 135^\circ = \frac{\cos}{\sin} = -1$.

c)

► 210° (III, $\text{tg} > 0$, référence 30°) : $\text{tg } 210^\circ = +\text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

d)

► 300° (IV) : $\cos 300^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, donc $\cotg 300^\circ = \frac{1/2}{-\sqrt{3}/2} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

e)

► $\frac{5\pi}{4} = 225^\circ$ (III, $\text{tg} > 0$, référence 45°) : $\text{tg } \frac{5\pi}{4} = +\text{tg } 45^\circ = 1$.

Exo 12 Retrouver les angles d'une valeur

On repère le signe (donc les deux quadrants) puis l'angle de référence.

a)

► $\sin x = -\frac{1}{2}$: $\sin < 0$ (quadrants III, IV), référence $\frac{\pi}{6}$. Donc $x = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$ ou $x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$.

b)

► $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$: $\cos > 0$ (quadrants I, IV), référence $\frac{\pi}{6}$. Donc $x = \frac{\pi}{6}$ ou $x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$.

c)

► $\text{tg } x = 1$: $\text{tg} > 0$ (quadrants I, III), référence $\frac{\pi}{4}$. Donc $x = \frac{\pi}{4}$ ou $x = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$.

Exo 13 Fiche d'identité d'un angle

a)

► $160^\circ = \frac{160\pi}{180} = \frac{8\pi}{9}$; **quadrant II** ; $\cos < 0, \sin > 0$.

b)

► $225^\circ = \frac{225\pi}{180} = \frac{5\pi}{4}$; **quadrant III** ; $\cos < 0, \sin < 0$.

c)

► $315^\circ = \frac{315\pi}{180} = \frac{7\pi}{4}$; **quadrant IV** ; $\cos > 0, \sin < 0$.

d)

► $100^\circ = \frac{100\pi}{180} = \frac{5\pi}{9}$; **quadrant II** ; $\cos < 0, \sin > 0$.

Exo 14 Vrai ou Faux (bis)

a)

► **Vrai** : $-30^\circ \equiv 330^\circ$ (quadrant IV, $\cos > 0$), référence 30° , donc $\cos(-30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b)

► **Faux** : 210° est au quadrant III, $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$, alors que $\sin 30^\circ = +\frac{1}{2}$.

c)

► **Vrai** : 135° est au quadrant II ($\text{tg} < 0$), référence 45° , donc $\text{tg } 135^\circ = -\text{tg } 45^\circ = -1$.

d)

► **Vrai** : $-\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4}$, même point.

e)

► **Vrai** : $480^\circ - 360^\circ = 120^\circ$, donc $\cos 480^\circ = \cos 120^\circ$.

Exo 15 Des coordonnées vers l'angle

a)

► Abscisse $\cos \alpha = -\frac{1}{2} < 0$ et ordonnée $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$: **quadrant II**.

b)

► Référence : l'angle dont le cosinus vaut $\frac{1}{2}$ et le sinus $\frac{\sqrt{3}}{2}$ est 60° . Au quadrant II : $\alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$.

c)

► $\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}/2}{-1/2} = -\sqrt{3}$.

DIFFICILE

13 exercices

Exo 1 Le grand angle négatif

a)

► On ajoute des tours entiers ($2\pi = \frac{12\pi}{6}$) jusqu'à tomber dans $[0; 2\pi[$:

$$-\frac{25\pi}{6} + 3 \times 2\pi = -\frac{25\pi}{6} + \frac{36\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} = \beta.$$

b)

► $\beta = \frac{11\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = \frac{11 \times 180}{6} = 330^\circ$: c'est le **quadrant IV**.

c)

► Au quadrant IV : $\cos \beta > 0$, $\sin \beta < 0$, $\operatorname{tg} \beta < 0$.

d)

► Référence $360^\circ - 330^\circ = 30^\circ$. Comme α et β ont les mêmes nombres trigonométriques :

$$\cos \alpha = + \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin \alpha = - \sin 30^\circ = -\frac{1}{2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = - \operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Exo 2 Mise en situation : la grande roue

a)

► $210^\circ = 210 \times \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{6}$.

b)

► 210° est entre 180° et 270° : **quadrant III**. L'ordonnée $y = \sin y$ est **négative** (la nacelle est en bas).

c)

► Référence $210^\circ - 180^\circ = 30^\circ$, avec $\cos < 0$ et $\sin < 0$:

$$M = (\cos 210^\circ; \sin 210^\circ) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

d)

► Total $210^\circ + 270^\circ = 480^\circ$, ramené : $480^\circ - 360^\circ = 120^\circ$. 120° est au quadrant II ($\cos < 0, \sin > 0$), référence 60° :

$$M = (\cos 120^\circ ; \sin 120^\circ) = \left(-\frac{1}{2} ; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Exo 3 Retrouver un angle à partir d'une valeur

a)

► $\cos x = -\frac{1}{2}$: valeur négative $\Rightarrow$ quadrants II et III (référence $60^\circ = \frac{\pi}{3}$). Donc $x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ ou $x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$.

b)

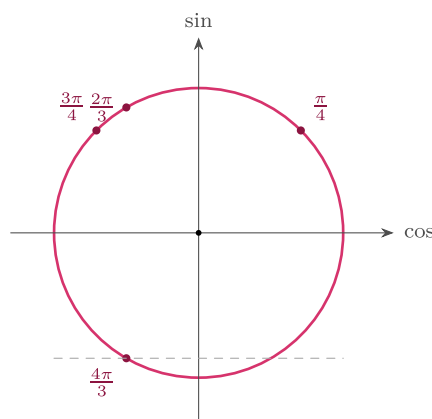
► $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$: valeur positive $\Rightarrow$ quadrants I et II (référence $45^\circ = \frac{\pi}{4}$). Donc $x = \frac{\pi}{4}$ ou $x = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$.

c)

► **Non** : le cosinus est toujours compris entre -1 et 1 , or $\frac{3}{2} > 1$. Aucune solution.

d)

► Placement des quatre solutions :



Exo 4 Le très grand angle positif

a)

► On retire des tours entiers ($2\pi = \frac{12\pi}{6}$) :

$$\frac{101\pi}{6} - 8 \times 2\pi = \frac{101\pi}{6} - \frac{96\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} = \beta.$$

b)

► $\beta = \frac{5\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = \frac{5 \times 180}{6} = 150^\circ$: c'est le **quadrant II**.

c)

► Au quadrant II : $\cos \beta < 0$, $\sin \beta > 0$, $\operatorname{tg} \beta < 0$.

d)

► Référence $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. Comme α et β ont les mêmes nombres trigonométriques :

$$\cos \alpha = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin \alpha = +\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

e)

► Coordonnées : $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Exo 5 Mise en situation : l'aiguille des minutes

a)

► On part de 90° et on *retranche* 6° par minute : $\theta(t) = 90^\circ - 6t$ (en degrés).

b)

► $\theta(15) = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$: l'aiguille pointe vers la droite, au point $(1; 0)$.

c)

► $\theta(20) = 90^\circ - 120^\circ = -30^\circ \equiv 330^\circ$ (quadrant IV, référence 30°) :

$$M = (\cos 330^\circ; \sin 330^\circ) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

d)

► $\theta(40) = 90^\circ - 240^\circ = -150^\circ \equiv 210^\circ$ (quadrant III, référence 30°) :

$$M = (\cos 210^\circ; \sin 210^\circ) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

Exo 6 Solutions générales et fenêtre

a)

► $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$: $\cos < 0$ (quadrants II, III), référence $\frac{\pi}{4}$. Donc

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

b)

► $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$: $\sin < 0$ (quadrants III, IV), référence $\frac{\pi}{3}$. Donc

$$x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

c)

► $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$: référence $\frac{\pi}{3}$, et la tangente est π -périodique. Donc $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$, soit $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

d)

► On prend $k = 0$ puis $k = 1$ dans (a) : $\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{11\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4} + 2\pi = \frac{13\pi}{4}$. Ces quatre valeurs sont dans $[0; 4\pi[$.

Exo 7 Lire des inégalités sur le cercle

a)

► $\cos x = \frac{1}{2}$ en $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{3}$; le cosinus (abscisse) est $\geq \frac{1}{2}$ autour de 0 : $x \in [0; \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{5\pi}{3}; 2\pi[$.

b)

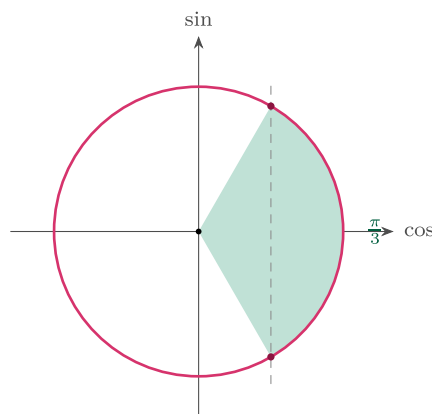
► $\sin x = -\frac{1}{2}$ en $\frac{7\pi}{6}$ et $\frac{11\pi}{6}$; le sinus (ordonnée) est $< -\frac{1}{2}$ entre les deux : $x \in]\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}[$.

c)

► $\operatorname{tg} x > 0$ aux quadrants I et III (là où $\sin$ et $\cos$ ont même signe) : $x \in]0; \frac{\pi}{2}[\cup]\pi; \frac{3\pi}{2}[$.

d)

► Arc hachuré (abscisse $\geq \frac{1}{2}$, à droite de la droite verticale $\cos = \frac{1}{2}$):



Exo 8 Deux angles pour un même cosinus

a)

► La droite verticale $\cos = -\frac{1}{2}$ coupe le cercle en **deux** points : il y a donc 2 valeurs.

b)

► $\cos < 0$ (quadrants II, III), référence $\frac{\pi}{3}$: $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ ou $\alpha = \frac{4\pi}{3}$.

c)

► $\frac{2\pi}{3}$: quadrant II, $\sin \alpha = +\frac{\sqrt{3}}{2}$. $\frac{4\pi}{3}$: quadrant III, $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

d)

► $\operatorname{tg} \alpha > 0$ au quadrant III : c'est $\alpha = \frac{4\pi}{3}$.

Exo 9 Un point qui saute de quart en quart

a)

► $t = 0$: $\frac{\pi}{6}$ (Q I). $t = 1$: $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}$ (Q II). $t = 2$: $\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6}$ (Q III). $t = 3$: $\frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{3}$ (Q IV).

b)

► Coordonnées : $\frac{\pi}{6} \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\frac{2\pi}{3} \rightarrow \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\frac{7\pi}{6} \rightarrow \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $\frac{5\pi}{3} \rightarrow \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

c)

► $\alpha(4) = \frac{\pi}{6} + 2\pi \equiv \frac{\pi}{6}$: on est revenu au point de départ (un tour complet).

d)

► M est au quadrant III pour $t = 2\left(\frac{7\pi}{6}\right)$, c'est le plus petit $t > 0$.

Exo 10 Le radian, un nombre comme un autre

a)

► $1\text{rad} = 1 \times \frac{180}{\pi} \approx \frac{180}{3,14} \approx 57,3^\circ$.

b)

► $1 < \frac{\pi}{2} \approx 1,57$: **Q I**. $\frac{\pi}{2} < 3 < \pi \approx 3,14$: **Q II**. $\frac{3\pi}{2} \approx 4,71 < 5 < 2\pi \approx 6,28$: **Q IV**.

c)

► Signe du cosinus (abscisse) selon le quadrant : $\cos(1) > 0$ (Q I), $\cos(3) < 0$ (Q II), $\cos(5) > 0$ (Q IV).

Exo 11 Jeux de symétries sur le cercle

a)

► B (symétrie/axe y) : $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. C (symétrie/origine) : $40^\circ + 180^\circ = 220^\circ$. D (symétrie/axe x) : $-40^\circ \equiv 320^\circ$.

b)

► $A = (\cos 40^\circ ; \sin 40^\circ)$, donc $B = (-\cos 40^\circ ; \sin 40^\circ)$, $C = (-\cos 40^\circ ; -\sin 40^\circ)$, $D = (\cos 40^\circ ; -\sin 40^\circ)$.

c)

► A et D ont le **même cosinus** ($\cos 320^\circ = \cos 40^\circ$) ; A et B ont le **même sinus** ($\sin 140^\circ = \sin 40^\circ$).

Exo 12 Quand cosinus et sinus s'égalent

a)

► $|\cos x| = |\sin x|$ signifie que le point est à égale distance des deux axes : ce sont les points des deux bissectrices (diagonales). Les quatre angles sont $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.

b)

► $\cos x = \sin x$ (même signe) : $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$.

c)

► $\cos x = -\sin x$ (signes opposés) : $\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$.

d)

► $\text{tg } \frac{\pi}{4} = 1$, $\text{tg } \frac{3\pi}{4} = -1$, $\text{tg } \frac{5\pi}{4} = 1$, $\text{tg } \frac{7\pi}{4} = -1$.

Exo 13 Mise en situation : les nacelles d'une grande roue

a)

► Un tour complet 2π partagé en 8 : $\frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$ (soit 45°).

b)

► Nacelle k à l'angle $k \cdot \frac{\pi}{4}$. Nacelle 3 : $\frac{3\pi}{4} = 135^\circ$; nacelle 5 : $\frac{5\pi}{4} = 225^\circ$.

c)

► Nacelle 2 : $\frac{\pi}{2} \rightarrow (0 ; 1)$; nacelle 6 : $\frac{3\pi}{2} \rightarrow (0 ; -1)$.

d)

► Le point le plus haut est $(0 ; 1)$, c'est-à-dire l'angle $\frac{\pi}{2}$: **la nacelle 2**.



Tous les exos cochés ? Passe au niveau réel.

+

Ce carnet est un extrait de notre bibliothèque d'entraînement — la suite se joue en ligne.

Sur simulationconcours.be

- ✓ Le même carnet en interactif, avec correction en un clic
- ✓ Les autres mécaniques de la fiche, niveau par niveau
- ✓ 3100 QCM type concours, corrigés et expliqués
- ✓ Les cours complets — gratuits — et les fiches de révision

Tous les jeudis : simulation du concours en ligne

En conditions réelles — chrono, QCM type concours et score immédiat.



Rejoins-nous sur simulationconcours.be

scanne le QR ou tape l'adresse — les cours complets sont gratuits