



Physique

Cours · Fiche 5

Travail, énergie et puissance

9 sections

28 min de lecture

Accès libre

Ce que tu sauras faire

- ✓ définir et calculer le **travail** d'une force ($W = \vec{F} \cdot \vec{AB}$), interpréter son **signe** (moteur, résistant, nul) ;
- ✓ définir la **puissance** ($P = W / \Delta t = \vec{F} \cdot \vec{v}$) et la relier à la rapidité d'un système ;
- ✓ établir et appliquer le **théorème de l'énergie cinétique** ($W = \Delta E_c$, $E_c = \frac{1}{2}mv^2$) ;
- ✓ exprimer l'**énergie potentielle de pesanteur** ($E_p = mgh$) et l'**énergie potentielle élastique** ($E_p = \frac{1}{2}kx^2$) ;
- ✓ utiliser la **conservation de l'énergie mécanique** ($E_m = E_c + E_p = \text{Cte}$) ;
- ✓ définir la **quantité de mouvement** ($\vec{p} = m\vec{v}$).



simulationconcours.be

scanne & continue en ligne

Sommaire

- 1 Introduction : énergie, travail et puissance
- 2 Le travail d'une force
- 3 La puissance
- 4 L'énergie cinétique
- 5 L'énergie potentielle de pesanteur
- 6 L'énergie mécanique et sa conservation
- 7 L'énergie potentielle élastique
- 8 La quantité de mouvement
- 9 Synthèse

1 Introduction : énergie, travail et puissance

En mécanique, on peut décrire un mouvement de deux manières complémentaires. La première, vue dans les fiches précédentes, utilise les **forces** et l'**accélération** (lois de Newton). La seconde, objet de cette fiche, utilise une grandeur scalaire centrale : l'**énergie**.

DÉFINITION 1.1 énergie

L'**énergie** d'un système est sa *capacité à produire un travail*, c'est-à-dire à exercer des forces qui déplacent des objets. C'est une grandeur **scalaire** (un nombre, pas un vecteur), qui se mesure en **joules (J)** et qui peut se *transformer* d'une forme à une autre (cinétique $\leftrightarrow$ potentielle) ou se *transférer* d'un corps à un autre, mais qui *ne se crée ni ne se détruit*.

L'avantage de cette approche est considérable : l'énergie étant un scalaire, on additionne des nombres plutôt que des vecteurs, et lorsqu'elle se conserve, on peut relier directement l'état *initial* à l'état *final* sans connaître le détail du mouvement intermédiaire. Trois grandeurs servent de fil conducteur à toute la fiche :

- le **travail** W : l'énergie *transférée* à un corps par une force qui le déplace ;
- la **puissance** P : la *rapidité* avec laquelle ce travail est fourni ;
- l'**énergie** (cinétique, potentielle, mécanique) : l'énergie *stockée* par le corps du fait de son mouvement ou de sa position.

REMARQUE *le joule, unité commune*

Travail, énergie cinétique, énergie potentielle, énergie mécanique : *toutes* ces grandeurs s'expriment dans la même unité, le **joule** (J). Ce n'est pas un hasard : ce sont toutes des *quantités d'énergie*. Par définition, $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$: c'est le travail fourni par une force de 1 N dont le point d'application se déplace de 1 m dans la direction de la force.

2 Le travail d'une force

Définition et expression générale

Une force qui s'exerce sur un corps ne « travaille » que si son point d'application *se déplace*. Le travail mesure précisément l'*effet de transfert d'énergie* associé à ce déplacement.

DÉFINITION 2.1 *travail d'une force constante*

Le **travail** fourni à un solide pour le déplacer de la position *A* vers la position *B*, sous l'action d'une force $\vec{F}$ *constante en intensité, direction et sens* le long d'une *trajectoire rectiligne*, est égal au **produit scalaire** de $\vec{F}$ par le vecteur déplacement $\vec{AB}$.

FORMULE 2.1 *travail d'une force constante*

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha$$

où :

- $W_{AB}(\vec{F})$: travail de la force $\vec{F}$ entre *A* et *B*, en **joules** (J) ;
- $F = \|\vec{F}\|$: intensité (norme) de la force, en **newtons** (N) ;
- $AB = \|\vec{AB}\|$: distance parcourue (longueur du déplacement), en **mètres** (m) ;
- α : angle entre la force $\vec{F}$ et le déplacement $\vec{AB}$, *sans unité* (en degrés ou radians) ;
- $\cos \alpha$: nombre compris entre -1 et $+1$, *sans unité*.

La figure 1 illustre la situation : seule la *partie* de la force qui « pousse dans le sens du déplacement » contribue au travail.

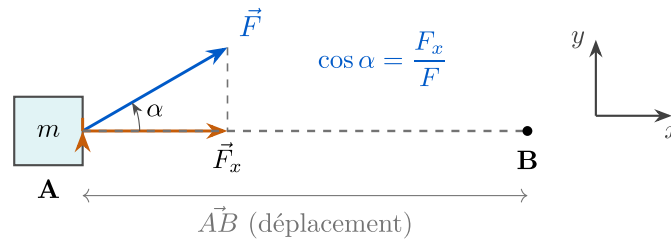


Figure 1 — Travail d'une force constante $\vec{F}$ inclinée d'un angle α sur le déplacement $\vec{AB}$.
Seule la composante $F_x = F \cos \alpha$ (parallèle au déplacement) travaille.

La forme avec la composante

Si l'on projette la force sur l'axe du déplacement (axe Ox), sa composante vaut $F_x = F \cos \alpha$. Le travail s'écrit alors plus simplement :

Σ FORMULE 2.2 travail et composante de la force

$$W_{AB}(\vec{F}) = F_x \times AB \quad \text{avec} \quad \cos \alpha = \frac{F_x}{F}$$

où :

- $F_x = F \cos \alpha$: composante de la force sur l'axe du déplacement, en **newtons** (N) ;
- AB : longueur du déplacement, en **mètres** (m) ;
- $W_{AB}(\vec{F})$: travail, en **joules** (J).

Cette écriture montre clairement que *seule la composante de la force parallèle au déplacement travaille* : la composante perpendiculaire, elle, ne transfère aucune énergie.

Le signe du travail : moteur, résistant ou nul

Le facteur $\cos \alpha$ peut être positif, négatif ou nul : il fixe à lui seul le *signe* du travail, et donc son *sens physique* (la force aide-t-elle ou s'oppose-t-elle au mouvement ?).

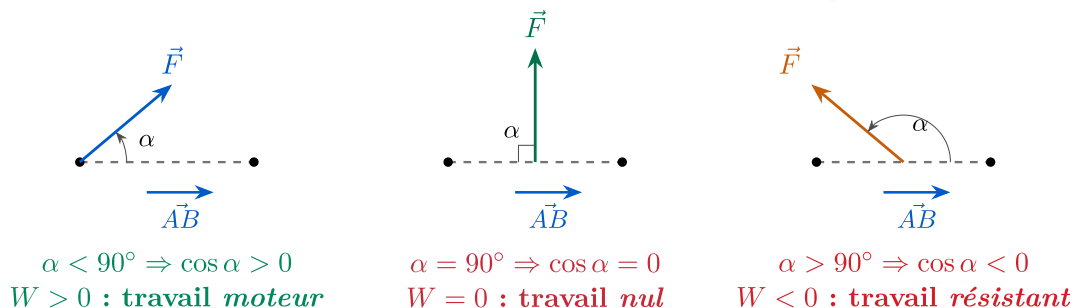


Figure 2 — Les trois régimes du travail selon l'angle α . À gauche, la force accompagne le mouvement (moteur) ; au centre, elle lui est perpendiculaire (travail nul) ; à droite, elle s'y oppose, comme un frottement (résistant).

- **Travail moteur** ($W > 0$) : la force a une composante *dans le sens* du déplacement ; elle *donne* de l'énergie au corps et tend à l'accélérer. Le travail est *maximal* quand $\alpha = 0^\circ$ ($\cos \alpha = 1$), soit $W = F \times AB$.
- **Travail nul** ($W = 0$) : la force est *perpendiculaire* au déplacement ($\alpha = 90^\circ$). Elle ne transfère aucune énergie.
- **Travail résistant** ($W < 0$) : la force a une composante *opposée* au déplacement ; elle *retire* de l'énergie au corps et tend à le freiner. Il est *minimal* quand $\alpha = 180^\circ$ ($\cos \alpha = -1$), soit $W = -F \times AB$.

Deux cas particuliers fondamentaux

✓ PROPRIÉTÉ 2.1 force perpendiculaire au déplacement

Si une force est **perpendiculaire** au vecteur déplacement, son travail est **nul**.

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow W_{AB}(\vec{F}) = 0 \text{ J}$$

C'est typiquement le cas de la **réaction normale** $\vec{N}$ d'un support : elle est toujours $\perp$ au déplacement, donc $W_{AB}(\vec{N}) = 0 \text{ J}$. C'est aussi le cas du **poids** lors d'un déplacement horizontal, et de la **force centripète** d'un mouvement circulaire.

✓ PROPRIÉTÉ 2.2 travail des forces de frottement

Le travail des forces de **frottement** est **souvent négatif**. En effet, la force de frottement $\vec{F}_f$ est tangente à la trajectoire et *de sens opposé* au déplacement ($\alpha = 180^\circ$) :

$$W_{AB}(\vec{F}_f) = F_f \times AB \times \cos 180^\circ = -F_f \times AB < 0.$$

Le frottement *dissipe* de l'énergie mécanique (en chaleur) : c'est une force résistante.

Interprétation par l'intégrale : l'aire sous la courbe

La définition $W = F \cos \alpha \times AB$ suppose une force *constante*. Quand la force **varie** le long du trajet, on découpe le déplacement en petits morceaux dx sur chacun desquels la force est quasi constante, puis on *somme* (on intègre) :

Σ **FORMULE 2.3** *travail d'une force variable*

$$W_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} F \, dx$$

où :

- $\int_{x_A}^{x_B} F \, dx$: aire algébrique sous la courbe $F(x)$ entre x_A et x_B ;
- F : composante de la force selon le déplacement, en **newtons** (N) ;
- dx : élément de déplacement, en **mètres** (m) ;
- W_{AB} : travail, en **joules** (J).

Le travail est donc l'aire comprise entre la courbe $F(x)$ et l'axe des positions.

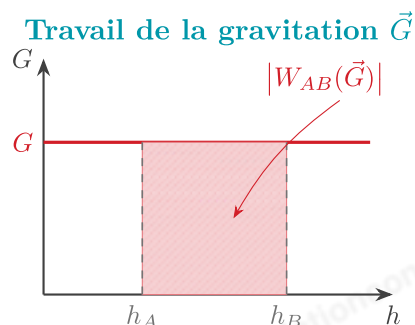
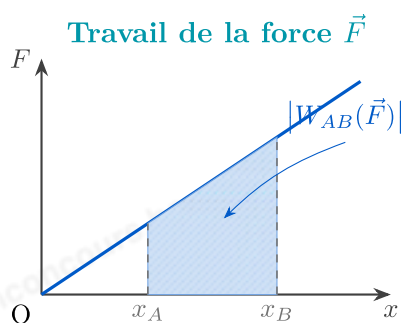


Figure 3 — Le travail comme aire sous la courbe. À gauche, la force exercée varie (croît) le long du trajet $A \rightarrow B$: l'aire est un *trapèze*. À droite, la force de gravitation $\vec{G}$ est supposée *constante* : l'aire est un *rectangle*, $W = G \times (h_B - h_A)$.

Exemples détaillés

EXEMPLE le travail du poids d'un wagon sur des rails horizontaux

Un wagon de masse $m = 100$ kilogram parcourt une distance $d = 10$ m sur des rails horizontaux. Quel est le travail de son poids $\vec{G}$?

Analyse. Le poids $\vec{G}$ est *vertical* (dirigé vers le bas), tandis que le déplacement $\vec{d}$ est *horizontal*. Les deux vecteurs sont donc perpendiculaires : $\alpha = 90^\circ$.

Calcul.

$$W(\vec{G}) = \vec{G} \cdot \vec{d} = G \times d \times \cos 90^\circ = G \times d \times 0 = 0 \text{ J.}$$

Conclusion. $W(G)=0$ J : le poids ne travaille pas sur un trajet horizontal. Remarquez que la masse (100 kilogram) et la distance (10 m) ne servent à *rien* ici : tant que le déplacement reste horizontal, le résultat est nul quelles que soient ces valeurs. C'est une erreur fréquente de vouloir calculer $G \times d = 1000 \text{ N} \times 10 \text{ m} = 10000 \text{ J}$ en oubliant le facteur $\cos 90^\circ = 0$.

EXEMPLE le travail de la force de frottement

Le même wagon ($m = 100$ kilogram) se déplace de $d = 10$ m sur les rails horizontaux, mais cette fois on s'intéresse à la force de frottement $\vec{F}_f$ qui s'oppose au glissement. Quel est le signe de son travail ?

Analyse. La force de frottement est *tangente* à la trajectoire et *toujours opposée* au sens du déplacement. L'angle entre $\vec{F}_f$ et $\vec{d}$ vaut donc $\alpha = 180^\circ$.

Calcul.

$$W(\vec{F}_f) = F_f \times d \times \cos 180^\circ = F_f \times 10 \text{ m} \times (-1) = -10 F_f \text{ (J)}.$$

Conclusion. Le travail du frottement est négatif ($W < 0$), proportionnel à l'intensité F_f et à la distance parcourue. Le frottement *retire* de l'énergie au wagon : il le freine. C'est pourquoi un objet lancé sur une surface réelle finit toujours par s'arrêter.

 EXEMPLE *le travail de la force centripète en mouvement circulaire*

Un solide de masse $m = 10$ kilogram décrit un **mouvement circulaire uniforme** (MCU) de centre O et de rayon $r = 2$ m, à la vitesse tangentielle $v = 10$ m/s. Que vaut le travail de la force centripète $\vec{F}_c$?

Première idée (fausse piste). On pourrait calculer l'intensité de la force centripète : $F_c = m v^2 / r = 10 \cdot 10^2 / 2 = 500$ N. C'est une force importante ! On est tenté de répondre « 500 J » ou « 250 J »... mais c'est une erreur.

Le bon raisonnement. Dans un MCU, la force centripète pointe *en permanence vers le centre* O , donc le long du rayon. Or, à chaque instant, le déplacement est *tangent* au cercle, donc *perpendiculaire* au rayon. Ainsi $\vec{F}_c \perp \vec{AB}$ à tout instant : $\alpha = 90^\circ$ et $\cos 90^\circ = 0$.

$$W(\vec{F}_c) = \vec{F}_c \cdot \vec{AB} = F_c \times AB \times \cos 90^\circ = 0 \text{ J.}$$

Conclusion. $W(F_c) = 0$ J. Bien que la force centripète soit grande (500 N), elle ne travaille *jamais* : elle *infléchit* la trajectoire sans modifier la vitesse (la norme de $\vec{v}$ reste constante en MCU). Une force qui ne fait que « tourner » un mouvement ne lui transfère aucune énergie.

3 La puissance

Définition

Deux moteurs peuvent fournir *le même travail*, mais l'un peut le faire beaucoup plus vite que l'autre. C'est cette idée de *rapidité* qu'exprime la puissance.

 DÉFINITION 3.1 *puissance moyenne*

La **puissance** fournie par une force $\vec{F}$ est le travail qu'elle fournit *par unité de temps*. Elle mesure la capacité d'un système à fournir un travail pendant un temps donné.

Σ FORMULE 3.1 *puissance moyenne*

$$P = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t}$$

où :

- P : puissance, en **watts** (W), avec $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$;
- $W_{AB}(\vec{F})$: travail fourni par la force, en **joules** (J) ;
- Δt : durée du déplacement, en **secondes** (s).

❗ REMARQUE *lire la formule*

Pour un *même* travail W , plus la durée Δt est courte, plus la puissance P est grande (les deux sont *inversement proportionnelles*). À travail égal, le système le plus puissant est le plus rapide.

Puissance et vitesse

En reliant le travail $W = F \times d$ (cas $\alpha = 0^\circ$) à la vitesse $v = d/\Delta t$, on obtient une seconde expression très utile de la puissance :

Σ FORMULE 3.2 *puissance et vitesse*

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \times v \times \cos \alpha$$

où :

- P : puissance, en **watts** (W) ;
- F : intensité de la force, en **newtons** (N) ;
- v : vitesse du point d'application, en **mètres par seconde** (m/s) ;
- α : angle entre $\vec{F}$ et $\vec{v}$.

Cette forme est commode quand la vitesse est connue (véhicule à vitesse constante, par exemple).

❗ REMARQUE *interprétation intégrale*

De même que le travail est l'intégrale de la force par rapport à la position, le travail est aussi l'*intégrale de la puissance par rapport au temps* : $\int_{t_A}^{t_B} P \, dt = W_{AB}$. Le travail est l'aire sous la courbe $P(t)$.

Exemples détaillés

💡 EXEMPLE monter un escalier vite ou lentement

Une personne monte tous les escaliers d'un bâtiment en fournissant la *même* quantité de travail W , mais selon deux scénarios de durée différente. Comparons la puissance développée.

Cas 1 — rapide : la montée dure $\Delta t_1 = 30$ s.

$$P_1 = \frac{W}{\Delta t_1} = \frac{W}{30}.$$

Cas 2 — lent : la même montée dure $\Delta t_2 = 3 \text{ min} = 180$ s.

$$P_2 = \frac{W}{\Delta t_2} = \frac{W}{180} = \frac{1}{6} \times \frac{W}{30} = \frac{P_1}{6}.$$

Conclusion. $P_1 = 6 P_2$. Pour le *même* travail W , la puissance du cas rapide est **6 fois** plus grande. C'est exactement la sensation physiologique : on est bien plus essoufflé en montant l'escalier en 30 s qu'en 3 min, car notre corps doit *délivrer la même énergie six fois plus vite*. Le travail (l'énergie dépensée) est identique ; c'est la *puissance* qui change.

🔗 EXEMPLE puissance d'un moteur pour vaincre les frottements

Un véhicule de masse $m = 6 \text{ t}$ roule en mouvement rectiligne uniforme (MRU, vitesse constante) à $v = 72 \text{ km/h}$. La résultante des forces de frottement est constante, $F_f = 600 \text{ N}$. Quelle puissance le moteur doit-il développer pour *compenser* ces frottements ?

Étape 1 — convertir la vitesse en m/s.

$$v = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3,6} = 20 \text{ m/s}.$$

(Rappel : pour passer des km/h aux m/s , on *divise par 3,6*.)

Étape 2 — comprendre la situation. En MRU à vitesse constante, l'accélération est nulle, donc la force motrice du moteur équilibre exactement les frottements : la force utile a pour intensité $F = F_f = 600 \text{ N}$, et elle est dirigée *dans le sens* du mouvement ($\alpha = 0^\circ$).

Étape 3 — calculer la puissance avec $P = F \times v \times \cos 0^\circ$:

$$P = 600 \times 20 \times 1 = 12000 \text{ W} = 12 \text{ kW}.$$

Conclusion. $P = 12 \text{ kW}$. Le moteur doit fournir 12 kW en permanence *rien que* pour annuler les frottements et maintenir la vitesse — bien que le véhicule n'accélère pas. La masse de 6 t n'intervient pas dans ce calcul, puisqu'on ne fait que maintenir la vitesse (pas d'accélération, pas de montée).

4 L'énergie cinétique

Mise en place et démonstration

Considérons un solide de masse m soumis à une force motrice $\vec{F}_x$ *constante*. Il part du repos en A ($t_0 = 0 \text{ s}$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$) et atteint la vitesse v en B . Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré (MRUA), de longueur $d = AB$ (figure 4).

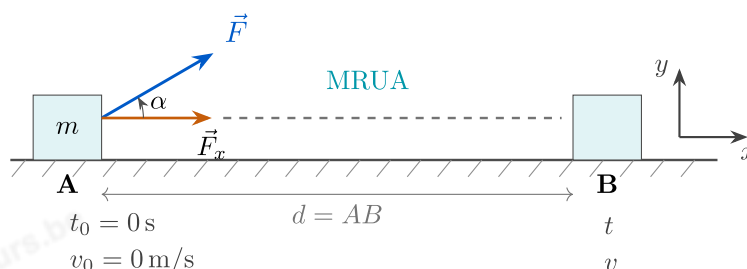


Figure 4 — Solide accéléré de A (repos) à B (vitesse v) sous l'action d'une force motrice constante : mouvement rectiligne uniformément accéléré.

☞ MÉTHODE démonstration de l'expression de l'énergie cinétique

On part du travail de la force motrice, $W_{AB} = F_x \times d$, et on y injecte deux résultats connus du MRUA :

- 1 la deuxième loi de Newton : $F_x = m \times a$;
- 2 la distance parcourue depuis le repos : $d = \frac{1}{2} a t^2$.

On remplace :

$$W_{AB} = F_x \times d = (m a) \times \left(\frac{1}{2} a t^2 \right) = \frac{1}{2} m a^2 t^2 = \frac{1}{2} m (a t)^2.$$

Or, pour un MRUA partant du repos, la vitesse atteinte est $v = a t$. En remplaçant $a t$ par v :

$$W_{AB} = \frac{1}{2} m v^2.$$

Cette quantité, qui mesure l'énergie acquise par le corps du fait de sa mise en mouvement, est son **énergie cinétique**.

Σ FORMULE 4.1 énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

où :

- E_c : énergie cinétique, en **joules (J)** ;
- m : masse du corps, en **kilogrammes (kilogram)** ;
- v : vitesse (norme) du corps, en **mètres par seconde (m/s)**.

L'énergie cinétique est *toujours positive* (carré de la vitesse) et nulle au repos ($v = 0$).

Le théorème de l'énergie cinétique

PROPRIÉTÉ 4.1 *théorème de l'énergie cinétique*

Dans un référentiel **galiléen** (inertiel), la somme algébrique des travaux de *toutes* les forces appliquées à un corps, entre deux points A et B , est égale à la **variation de son énergie cinétique** entre ces deux points :

$$\sum W_{AB}(\vec{F}) = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

où :

- $\sum W_{AB}(\vec{F})$: somme des travaux de toutes les forces, en J ;
- $E_c(A) = \frac{1}{2} m v_A^2$, $E_c(B) = \frac{1}{2} m v_B^2$: énergies cinétiques en A et B , en J ;
- v_A, v_B : vitesses en A et B , en m/s.

REMARQUE *à quoi sert ce théorème ?*

C'est l'un des outils les plus puissants de la mécanique : il relie directement les *forces* (via leur travail) à la *variation de vitesse*, sans passer par l'accélération ni par le détail de la trajectoire. Si le travail total est positif, le corps accélère ($v_B > v_A$) ; s'il est négatif, il ralentit ; s'il est nul, la vitesse est conservée.

Une dépendance au carré de la vitesse

ATTENTION *l'énergie cinétique varie comme v^2*

Comme la vitesse intervient *au carré*, l'énergie cinétique est très sensible à la vitesse. Si la vitesse est multipliée par n , l'énergie cinétique est multipliée par n^2 :

$$v \rightarrow n v \quad \Longrightarrow \quad E_c \rightarrow n^2 E_c.$$

Par exemple, si la vitesse est **triplée** ($n = 3$), l'énergie cinétique devient **9 fois** plus grande ($n^2 = 9$). C'est la raison physique pour laquelle la distance de freinage d'un véhicule augmente si vite avec la vitesse : rouler deux fois plus vite, c'est avoir quatre fois plus d'énergie cinétique à dissiper.

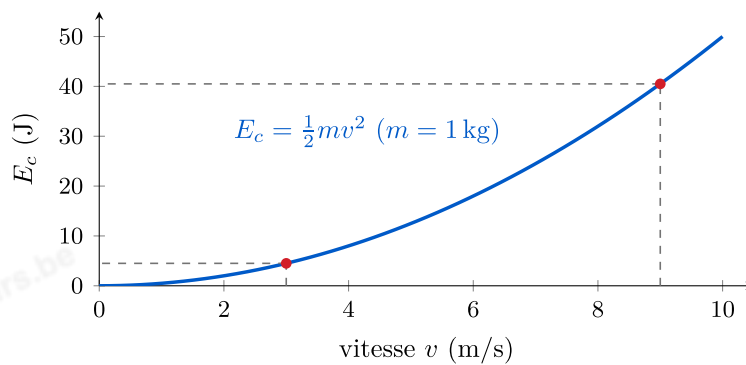
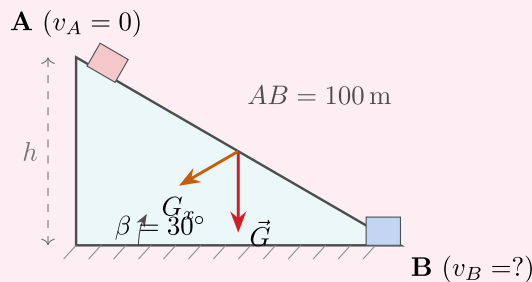


Figure 5 — Croissance *parabolique* de l'énergie cinétique avec la vitesse. En triplant la vitesse (de v à $3v$), l'énergie cinétique est multipliée par 9.

Exemples détaillés

🔗 EXEMPLE un objet qui glisse le long d'un plan incliné sans frottement

Un objet de masse $m = 10$ kilogram part du repos en haut (A) d'un plan incliné lisse (sans frottement) faisant un angle $\beta = 30^\circ$ avec l'horizontale. Il glisse jusqu'en bas (B). La longueur du plan est $AB = 100$ m. On prend $g = 10 \text{ m/s}^2$. Cherchons (a) le travail du poids, et (b) la vitesse atteinte en B .



(a) Travail du poids. Le poids vaut $G = mg = 10 \times 10 = 100$ N. Sa composante le long du plan est $G_x = G \sin \beta$. Le travail du poids sur le déplacement AB est :

$$W_{AB}(\vec{G}) = G_x \times AB = (G \sin 30^\circ) \times AB = 100 \times 0,5 \times 100 = 5000 \text{ J} = 5 \text{ kJ}.$$

On peut le retrouver autrement avec la hauteur de descente $h = AB \sin 30^\circ = 100 \times 0,5 = 50$ m, ce qui donne $W = mgh = 10 \times 10 \times 50 = 5000 \text{ J}$: les deux méthodes concordent.

(b) Vitesse en B (théorème de l'énergie cinétique). Le plan est lisse et la réaction normale ne travaille pas. La seule force motrice est le poids, donc :

$$W_{AB}(\vec{G}) = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - 0.$$

On isole v_B :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = 5000 \text{ J} \Rightarrow v_B^2 = \frac{2 \times 5000}{10} = 1000 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10} \approx 31,6 \text{ m/s}.$$

Remarque importante. On peut aussi écrire $v_B^2 = 2gh$: la vitesse finale ne dépend *ni de la masse*, ni de l'angle, mais seulement de la hauteur de descente h . Deux objets de masses différentes lâchés de la même hauteur arrivent en bas à la *même* vitesse (en l'absence de frottement).

EXEMPLE puissance moyenne développée pendant la descente

Reprenons l'objet précédent ($m = 10$ kilogram, $g = 10 \text{ m/s}^2$, plan de $AB = 100 \text{ m}$ incliné à 30° , $v_B = 10\sqrt{10} \text{ m/s}$). Quelle est la puissance moyenne fournie par le poids pendant la descente ?

Étape 1 — durée de la descente. L'accélération le long du plan est $a = g \sin 30^\circ = 10 \times 0,5 = 5 \text{ m/s}^2$. Partant du repos, $v_B = at$, d'où :

$$t = \frac{v_B}{a} = \frac{10\sqrt{10}}{5} = 2\sqrt{10} \approx 6,32 \text{ s.}$$

Étape 2 — puissance moyenne. On connaît déjà $W_{AB}(\vec{G}) = 5000 \text{ J}$, donc :

$$P = \frac{W_{AB}(\vec{G})}{t} = \frac{5000}{2\sqrt{10}} = \frac{2500}{\sqrt{10}} = 250\sqrt{10} \approx 790 \text{ W.}$$

Conclusion. $P = 250\sqrt{10} \text{ W} \approx 790 \text{ W}$. La même énergie (5 kJ) délivrée en un temps plus court correspondrait à une puissance plus grande : on retrouve le lien étroit entre puissance et rapidité.

5 L'énergie potentielle de pesanteur

Définition et expression

Un objet peut aussi stocker de l'énergie *grâce à sa position* : c'est l'énergie potentielle. Soulever un objet, c'est lui fournir un travail qu'il pourra *restituer* plus tard en retombant.

DÉFINITION 5.1 énergie potentielle de pesanteur

L'**énergie potentielle de pesanteur** (ou gravifique) est l'énergie qu'un corps possède du fait de sa *position en hauteur* dans un champ de pesanteur. Un objet soulevé de la hauteur h stocke une énergie potentielle égale au travail qu'il a fallu fournir pour le soulever contre la force d'attraction terrestre.

Pour élever un solide de masse m de A vers B , on doit exercer une force exactement opposée au poids ($\vec{F} = -\vec{G}$). Le travail requis vaut :

$$W_{AB}(\vec{F}) = W_{AB}(-\vec{G}) = G \times h = mg \times (h_B - h_A).$$

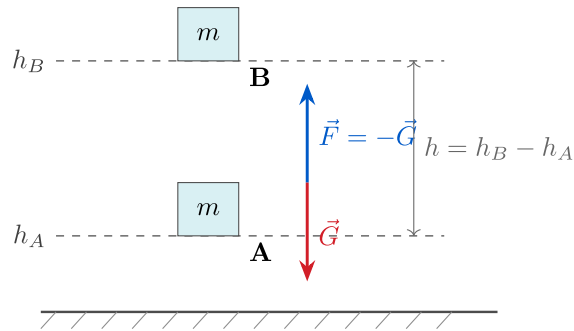


Figure 6 — Élever un solide de A à B exige un travail $W = mgh$, qui se retrouve stocké sous forme d'énergie potentielle de pesanteur.

Σ FORMULE 5.1 énergie potentielle de pesanteur

$$E_p = mgh$$

où :

- E_p : énergie potentielle de pesanteur, en **joules (J)** ;
- m : masse du corps, en **kilogrammes (kilogram)** ;
- g : intensité de la pesanteur, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (souvent arrondie à 10 m/s^2) ;
- h : hauteur (altitude) du corps au-dessus d'un niveau de référence, en **mètres (m)**.

⚠ ATTENTION choix de l'origine des altitudes

E_p dépend du *niveau de référence* choisi pour h (le « zéro » d'altitude est arbitraire). Seule la *variation* $\Delta E_p = mg(h_B - h_A)$ a un sens physique absolu : c'est elle qui compte dans les bilans d'énergie. On choisit en général $E_p = 0$ au point le plus bas du mouvement.

Le théorème de l'énergie potentielle

✔ PROPRIÉTÉ 5.1 théorème de l'énergie potentielle

Le travail de la force de pesanteur entre A et B est égal à l'**opposé** de la variation de l'énergie potentielle :

$$W_{AB}(\vec{G}) = -\Delta E_p = -(E_p(B) - E_p(A))$$

Autrement dit : quand le corps *descend*, son énergie potentielle diminue ($\Delta E_p < 0$) et le poids fournit un travail *moteur* ($W > 0$) ; quand il *monte*, son énergie potentielle augmente et le poids fournit un travail *résistant* ($W < 0$).

Exemple détaillé

EXEMPLE soulever un sac jusqu'au premier étage

On soulève un sac de masse $m = 50$ kilogram du rez-de-chaussée jusqu'au premier étage, soit une hauteur $h = 6$ m. On prend $g = 10$ m/s². Quel travail faut-il fournir, et quelle énergie potentielle le sac a-t-il alors stockée ?

Calcul. Le travail requis est égal à la variation d'énergie potentielle :

$$W = \Delta E_p = mgh = 50 \times 10 \times 6 = 3000 \text{ J} = 3 \text{ kJ}.$$

Attention au piège des unités. On pourrait être tenté d'annoncer « 3 J » par simple distraction (en lisant le « 3 » du résultat sans le préfixe *kilo*). Le bon résultat est 3000 J=3 kJ, soit *mille fois* plus. Cette énergie de 3 kJ est maintenant *stockée* dans le sac : s'il retombait, le poids fournirait à nouveau 3 kJ, qui se transformeraient intégralement en énergie cinétique (en l'absence de frottement).

6 L'énergie mécanique et sa conservation

Définition

DÉFINITION 6.1 énergie mécanique

L'**énergie mécanique** E_m d'un système est la *somme* de son énergie cinétique E_c et de son énergie potentielle E_p :

$$E_m = E_c + E_p.$$

Elle représente le « capital » d'énergie mécanique total du corps, à la fois sous forme de mouvement (E_c) et sous forme de position (E_p).

La conservation de l'énergie mécanique

✓ PROPRIÉTÉ 6.1 conservation de l'énergie mécanique

Pour un **système isolé** (soumis aux seules forces conservatives, c'est-à-dire *sans frottement*), l'énergie mécanique **reste constante** en tout point de la trajectoire :

$$E_m = E_c + E_p = \text{Cte} \quad (\text{J})$$

Il y a alors *transformation continue* d'énergie cinétique en énergie potentielle et *vice versa*, mais leur somme ne change pas.

où :

- E_m : énergie mécanique, en **joules (J)**, constante au cours du mouvement ;
- $E_c = \frac{1}{2}mv^2$: énergie cinétique (varie avec la vitesse), en J ;
- $E_p = mgh$: énergie potentielle (varie avec l'altitude), en J.

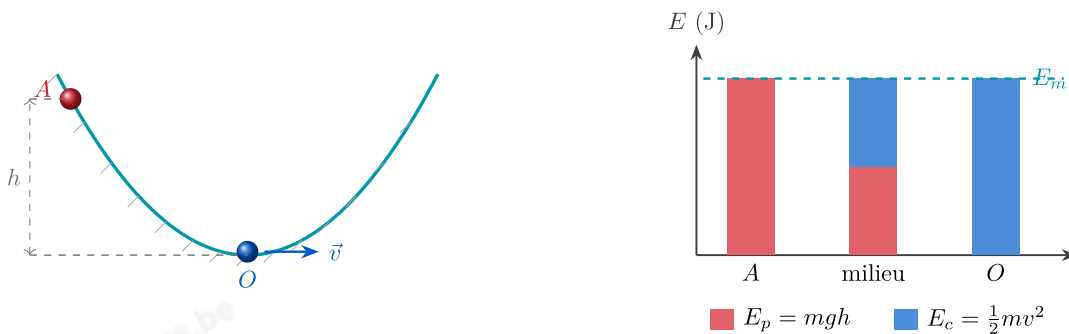


Figure 7 — Conservation de l'énergie mécanique. À gauche, une bille descend dans une cuvette lisse. À droite, le diagramme d'énergie : en A tout est potentiel, en O tout est cinétique, et la somme $E_m = E_c + E_p$ (pointillés) reste *constante*.

Exemples détaillés

EXEMPLE *une bille qui remonte une pente : hauteur indépendante de l'inclinaison*

Une bille glisse sans frottement sur un plan horizontal à la vitesse v_0 , puis aborde une pente et remonte jusqu'à un point B où sa vitesse s'annule ($v_B = 0$). Jusqu'à quelle hauteur h monte-t-elle, et cette hauteur dépend-elle de l'inclinaison de la pente ?

Conservation de l'énergie. Sans frottement, E_m se conserve. En prenant $E_p = 0$ sur le plan horizontal :

$$\underbrace{E_c(\text{bas}) + E_p(\text{bas})}_{\frac{1}{2}mv_0^2 + 0} = \underbrace{E_c(B) + E_p(B)}_{0 + mgh}.$$

On en tire :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad \boxed{h = \frac{v_0^2}{2g}}.$$

Interprétation. La hauteur atteinte $h = \frac{v_0^2}{2g}$ ne dépend ni de la masse m (elle se simplifie), ni de l'angle de la pente : elle n'est fixée que par la vitesse initiale v_0 et par g . Si l'on rend la pente plus raide, la bille monte sur une distance plus courte *le long de la pente*, mais atteint exactement la même hauteur. À l'inverse, sur une pente nulle ($\beta = 0^\circ$), la bille ne s'arrête jamais (principe d'inertie) : aucune montée, donc aucune conversion d'énergie cinétique en potentielle.

🔗 EXEMPLE lancer vertical : hauteur maximale d'un objet

On lance verticalement vers le haut un objet de masse $m = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kilogram}$ avec une vitesse initiale $v_0 = 10 \text{ m/s}$. On néglige la résistance de l'air et on prend $g = 10 \text{ m/s}^2$. Quelle hauteur maximale h_{max} atteint-il ?

Conservation de l'énergie. Au point le plus haut, la vitesse est nulle ($v = 0$), donc toute l'énergie cinétique de départ s'est transformée en énergie potentielle :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg h_{\text{max}} \implies h_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{10^2}{2 \times 10} = \frac{100}{20} = 5 \text{ m.}$$

Conclusion. $h_{\text{max}} = 5 \text{ m}$. Comme pour la bille, la masse n'intervient pas : un objet de 50 g et un objet de 5 kilogram lancés à 10 m/s montent à la même hauteur (sans frottement). Vérifions la cohérence des énergies : E_c initiale = $\frac{1}{2} \times 0,05 \times 10^2 = 2,5 \text{ J}$, et E_p finale = $0,05 \times 10 \times 5 = 2,5 \text{ J}$: l'énergie mécanique $E_m = 2,5 \text{ J}$ est bien conservée.

7 L'énergie potentielle élastique

Le ressort : période et fréquence

📖 DÉFINITION 7.1 énergie potentielle élastique

L'**énergie potentielle élastique** est l'énergie stockée dans un système élastique (un ressort, par exemple) lorsqu'on l'*écarte de sa position d'équilibre*. Comprimé ou étiré, le ressort « emmagasine » de l'énergie qu'il restitue en revenant à sa position initiale.

Considérons un ressort vertical de constante de raideur k , fixé en haut, auquel on attache une masse m (figure 8). Si on l'écarte de sa position d'équilibre puis qu'on le relâche, l'ensemble *oscille*.

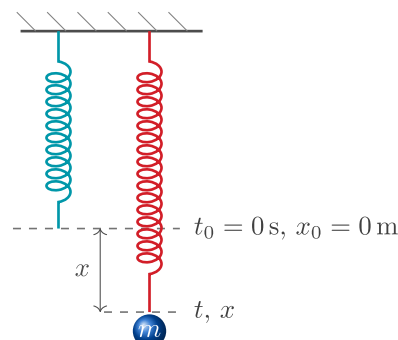


Figure 8 — Ressort vertical de raideur k . À gauche, position d'équilibre ($x_0 = 0$). À droite, le ressort est étiré d'une elongation x par la masse m : il stocke alors une énergie potentielle élastique.

Σ **FORMULE 7.1** *période et fréquence des oscillations*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

où :

- T : période (durée d'une oscillation complète), en **secondes** (s) ;
- f : fréquence (nombre d'oscillations par seconde), en **hertz** (Hz), avec $1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$;
- m : masse attachée, en **kilogrammes** (kilogram) ;
- k : constante de raideur du ressort, en **newtons par mètre** (N/m).

Plus le ressort est *raide* (k grand), plus il oscille *vite* (T petit, f grande) ; plus la masse est *lourde* (m grand), plus il oscille *lentement*.

L'expression de l'énergie élastique

À l'instant t , pour un ressort non amorti écarté d'une élongation x , l'énergie potentielle associée à la force de rappel est :

Σ **FORMULE 7.2** *énergie potentielle élastique*

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

où :

- E_p : énergie potentielle élastique, en **joules** (J) ;
- k : constante de raideur du ressort, en **newtons par mètre** (N/m) ;
- x : élongation (écart à la position d'équilibre), en **mètres** (m).

Comme pour l'énergie cinétique, la dépendance est *en carré* (x^2) : doubler l'élongation *quadruple* l'énergie élastique stockée.

❶ **REMARQUE** *le travail comme aire du graphe $F(x)$*

La force de rappel d'un ressort vaut $F = kx$ (loi de Hooke) : elle croît *linéairement* avec l'élongation. Le travail fourni pour étirer le ressort de 0 à x est donc l'aire du triangle sous la droite $F(x)$: $W = \int_0^x kx \, dx = \frac{1}{2} kx^2 = E_p$. On retrouve bien l'expression de l'énergie élastique (figure 9). Sans frottement, l'énergie mécanique $E_m = E_c + E_p = \text{Cte}$ se conserve sur une période.

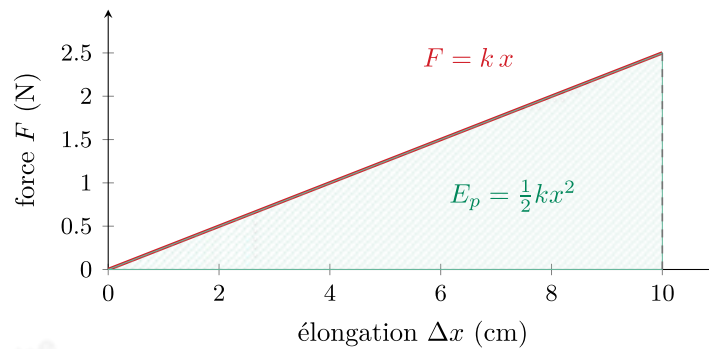


Figure 9 — Force de rappel d'un ressort en fonction de l'élongation. L'énergie potentielle élastique est l'aire du triangle sous la droite $F = kx$.

Exemple détaillé

❗ EXEMPLE énergie stockée par un ressort étiré

On étire un ressort à partir de sa position détendue ($x_0 = 0$). La mesure de la force F en fonction de l'élongation Δx donne une droite : $F = 2,5 \text{ N}$ lorsque $\Delta x = 10 \text{ cm}$ (figure 9). Quelle est l'énergie potentielle élastique emmagasinée à $x = 10 \text{ cm}$?

Étape 1 — constante de raideur. La pente de la droite $F = kx$ donne k . Avec $x = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$:

$$k = \frac{F}{x} = \frac{2,5}{0,10} = 25 \text{ N/m}.$$

Étape 2 — énergie élastique.

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 25 \times (0,10)^2 = \frac{1}{2} \times 25 \times 0,01 = 0,125 \text{ J}.$$

Vérification par l'aire. L'aire du triangle sous la droite vaut $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{hauteur} = \frac{1}{2} \times 0,10 \text{ m} \times 2,5 \text{ N} = 0,125 \text{ J}$: on retrouve le même résultat.

Conclusion. $E_p = 0,125 \text{ J}$. Notons que si l'on doublait l'élongation (20 cm), l'énergie ne doublerait pas mais *quadruplerait* (car $E_p \propto x^2$), atteignant 0,5 J. Lorsqu'on relâche le ressort, cette énergie est restituée et se convertit en énergie cinétique de la masse.

8 La quantité de mouvement

Définition

À côté de l'énergie, une autre grandeur caractérise « l'élan » d'un corps en mouvement : la quantité de mouvement. Contrairement à l'énergie, c'est une grandeur *vectorielle*.

DÉFINITION 8.1 *quantité de mouvement*

La **quantité de mouvement** d'un corps est le produit de sa *masse* par son *vecteur vitesse*. Dans un sens choisi du mouvement :

$$\text{quantité de mouvement} = \text{masse} \times \text{vitesse}.$$

FORMULE 8.1 *quantité de mouvement*

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

où :

- $\vec{p}$: quantité de mouvement, en **kilogramme-mètre par seconde** (kilogramm/s) ;
- m : masse du corps, en **kilogrammes** (kilogram) ;
- $\vec{v}$: vecteur vitesse, en **mètres par seconde** (m/s).

$\vec{p}$ a la *même direction et le même sens* que la vitesse $\vec{v}$. Plus un corps est massif et rapide, plus sa quantité de mouvement est grande, et plus il est « difficile à arrêter ».

Exemple détaillé

🔗 EXEMPLE une voiture et un camion à la même vitesse

Une voiture de masse $m_1 = 2000$ kilogram et un camion de masse $m_2 = 4 \text{ t} = 4000$ kilogram roulent à la même vitesse $v = 80 \text{ km/h}$. Comparons leurs quantités de mouvement.

Étape 1 — vitesse en m/s.

$$v = \frac{80}{3,6} \approx 22,2 \text{ m/s.}$$

Étape 2 — quantités de mouvement.

$$p_1 = m_1 v = 2000 \times 22,2 \approx 44400 \text{ kilogramm/s,} \quad p_2 = m_2 v = 4000 \times 22,2 \approx 88800 \text{ kilogramm/s.}$$

Conclusion. Le camion possède une quantité de mouvement deux fois plus grande que celle de la voiture ($p_2 = 2 p_1$), car il a la même vitesse mais une masse double. C'est donc *le camion* qui sera le plus difficile à arrêter : à vitesse égale, il faut une force plus grande (ou une distance de freinage plus longue) pour annuler une quantité de mouvement plus grande. De plus, si l'on augmente la vitesse d'un véhicule, sa quantité de mouvement augmente proportionnellement, et son freinage devient d'autant plus difficile.

9 Synthèse

Carte mentale de la fiche

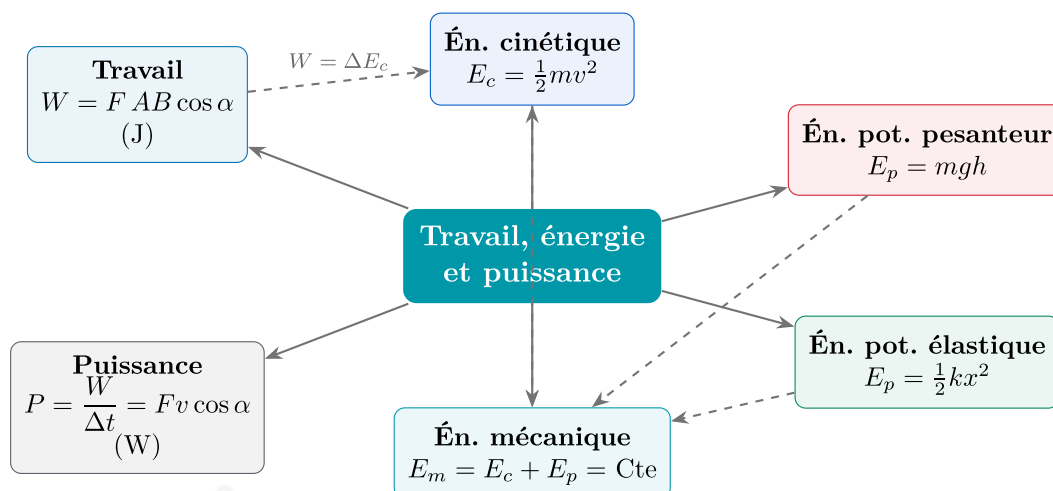


Figure 10 — Vue d'ensemble des grandeurs de la fiche et de leurs relations.

Tableau récapitulatif

Grandeur	Formule	Unités et remarques
Travail d'une force	$W_{AB} = F AB \cos \alpha$	J ; signe donné par $\cos \alpha$
Puissance	$P = \frac{W}{\Delta t} = Fv \cos \alpha$	W = J/s
Énergie cinétique	$E_c = \frac{1}{2}mv^2$	J ; varie comme v^2
Th. énergie cinétique	$\sum W = E_c(B) - E_c(A)$	relie travail et variation de vitesse
Én. pot. de pesanteur	$E_p = mgh$	J ; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Th. énergie potentielle	$W(\vec{G}) = -\Delta E_p$	le poids est une force conservative
Én. pot. élastique	$E_p = \frac{1}{2}kx^2$	J ; k en N/m
Énergie mécanique	$E_m = E_c + E_p = \text{Cte}$	conservée si pas de frottement
Période / fréquence (ressort)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} ; f = \frac{1}{T}$	s ; Hz
Quantité de mouvement	$\vec{p} = m\vec{v}$	kilogramm/s ; vectorielle

Formulaire et points-clés à retenir

MÉMO L'ESSENTIEL EN SIX POINTS

- 1 **Travail** : $W = F AB \cos \alpha$. Le signe du travail (moteur, nul, résistant) est donné par $\cos \alpha$. Une force *perpendiculaire* au déplacement (normale, centripète, poids à l'horizontale) ne travaille pas ; le *frottement* travaille négativement.
- 2 **Puissance** : $P = W / \Delta t$. À travail égal, le système le plus puissant est le plus *rapide*. Pour une vitesse connue, $P = Fv \cos \alpha$.
- 3 **Théorème de l'énergie cinétique** : $\sum W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$. Comme $E_c \propto v^2$, tripler la vitesse multiplie E_c par 9.
- 4 **Énergie potentielle** : de pesanteur $E_p = mgh$; élastique $E_p = \frac{1}{2}kx^2$. Le poids vérifie $W(\vec{G}) = -\Delta E_p$.
- 5 **Conservation de l'énergie mécanique** : sans frottement, $E_m = E_c + E_p = \text{Cte}$. Les hauteurs et vitesses se déduisent l'une de l'autre *sans connaître la trajectoire*, et *indépendamment de la masse* (ex. : $h = \frac{v^2}{2g}$).
- 6 **Quantité de mouvement** : $\vec{p} = m\vec{v}$ (vectorielle, en kilogramm/s). Plus un corps est massif et rapide, plus il est difficile à arrêter.

Fin de la Fiche 5 — Travail, énergie et puissance. Cours rédigé d'après l'extrait du livre (lu par OCR) ; toutes les figures ont été tracées en TikZ.

— Fin de la fiche · Travail, énergie et puissance —



Le cours est lu – maintenant, entraîne-toi.



Tout ce qu'il faut pour transformer ce chapitre en points le jour du concours :

Sur simulationconcours.be

- ✓ Le carnet d'entraînement de cette fiche, corrigé pas à pas
- ✓ Le QCM blanc du chapitre, type concours
- ✓ La fiche de révision condensée, à imprimer
- ✓ Tous les autres cours, gratuits, chapitre par chapitre

Tous les jeudis : simulation du concours en ligne

En conditions réelles — chrono, QCM type concours et score immédiat.



Rejoins-nous sur simulationconcours.be

scanne le QR ou tape l'adresse — les cours complets sont gratuits